

Entre o empírico e o transcendental¹: gestos ostensivos wittgensteinianos no ensino da matemática

Between the empirical and the transcendental: ostensive gestures wittgensteinian in the teaching of mathematics

Marcelo de Sousa Oliveira^{*}

Marisa Rosâni Abreu da Silveira^{**}

Resumo

Este artigo, de natureza teórica, tem o objetivo de tratar da utilização de gestos ostensivos como auxiliares do professor na atividade de ensino de conceitos matemáticos. Para tanto, empreenderemos uma discussão a respeito do gesto ostensivo como instrumento que nos permite estabelecer uma ligação interna entre uma palavra e o objeto para o qual apontamos, tendo como referencial teórico a filosofia de Ludwig Wittgenstein, que descreve essa técnica como elemento importante para o aprendizado da linguagem. Nossa análise aponta que os gestos ostensivos, embora tenham limitação para definir algumas palavras no âmbito do ensino da matemática são elementos constitutivos de sentido na atividade de ensino da matemática e, nesse sentido, são essenciais para a compreensão de conceitos e de procedimentos nesse contexto.

Palavras-chave: Jogos de linguagem. Gesto ostensivo. Treino. Ensino.

Abstract

This article, of theoretical nature, has the objective to discuss the use of ostensive gestures as auxiliary of the teacher in the activity of teaching mathematical concepts. For this, we will undertake a discussion about the ostensive gesture as an instrument that allows us to establish an internal connection between a word and the object for which we aim, having as theoretical reference the philosophy of Ludwig Wittgenstein, who describes this technique as an important element for the language learning. Our analysis points out that ostensive gestures, although limited when we have to define some words in the scope of mathematics teaching, are constitutive elements of meaning in the activity of teaching mathematics and, in this sense, are essential for the understanding of concepts and procedures in this context.

¹ A expressão “entre o empírico e o transcendental” será usada no sentido encontrado em Gottschalk (2013).

^{*}Mestre em Educação Matemática, docente do curso de matemática da Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas da Universidade Federal do Pará, moliveira@unifesspa.edu.br

^{**}Doutora em Educação, docente do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, marisabreu@ufpa.br

Keywords: Language games. Ostensive gesture. Training. Teaching.

1 Introdução

O desenvolvimento de habilidades tais como leitura/interpretação de textos e a capacidade de utilização da linguagem matemática (lidar com equações, com gráficos, com diagramas, com fórmulas, com tabelas, etc.) são destacadas como elementos de interpretação e de ação sobre os fatos do mundo em documentos oficiais de orientação curricular (BRASIL, 2000).

A linguagem matemática tem sido focalizada como objeto de pesquisa no campo da educação matemática e essas pesquisas têm contribuído para compreendermos como os processos linguísticos interferem no ensino e na aprendizagem da matemática. A filosofia de Wittgenstein tem sido utilizada como embasamento filosófico para responder questões desse tipo em algumas linhas de pesquisa, tais como a filosofia da educação matemática, a modelagem matemática e a linha estudos da linguagem matemática.

Algumas pesquisas têm destacado a importância da habilidade de tradução de outras linguagens para a linguagem matemática e vice-versa (SILVEIRA, 2014; COSTA, 2015), Além das que destacam a importância do domínio de técnicas para o cálculo e a escrita matemática tanto no cotidiano, quanto em atividades escolares (SILVEIRA e SILVA, 2016).

Este artigo tem como objeto de estudo o recurso linguístico do gesto ostensivo² denominado por Wittgenstein de *ensino ostensivo das palavras* e de *definição ostensiva*. Os gestos ostensivos tem função substancial para Wittgenstein, tanto na primeira quanto na segunda fase de sua filosofia, porém, a compreensão desse recurso linguístico sofreu modificações importantes quando o filósofo passou a entender que a linguagem possui muitas outras funções além da

² Na terceira seção do texto discorreremos mais especificamente sobre a expressão gesto ostensivo.

representação, funções estas que são viabilizadas em conformidade com o contexto, ou como ele diria, de acordo com a forma de vida em que a linguagem está interligada (WITTGENSTEIN, 1999).

Rupturas e modificações no pensamento do filósofo tem dado margem para diversas interpretações, porém, apesar do caráter mais sugestivo do que doutrinário ou teórico, suas formulações exerceram e ainda exercem influência em vários campos científicos, vindo recentemente a ter suas repercussões no campo da educação matemática. Denise Vilela (2009) se utilizou de conceitos da filosofia de Wittgenstein, para compreender os usos que tem sido feitos da palavra matemática e o que esses usos indicam no âmbito da educação matemática. Esta pesquisa destacou que a palavra matemática acompanhada de um adjetivo (matemática escolar, matemática do feirante, etc.) é frequente nos trabalhos relacionados à Etnomatemática e que essas adjetivações apontam para a produção matemática em diferentes práticas sociais.

Na linha de pesquisa da modelagem matemática, Oliveira (2010) analisou a produção de sentido pelos alunos no desenvolvimento de atividades de modelagem; a pesquisa de Tortola (2012) investigou os usos que estudantes de anos iniciais do Ensino Fundamental fazem da linguagem para o desenvolvimento de modelos matemáticos; na mesma direção, Merli (2012) realizou um estudo sobre o uso da linguagem na construção de modelos matemáticos clássicos e modelos fuzzy; já Souza (2013), a partir da análise de um levantamento bibliográfico sobre os esquemas do processo de modelagem, utilizou o conceito wittgensteiniano de semelhança de família para identificar convergências entre os esquemas e propôs esquemas-síntese.

Embora as pesquisas citadas acima tenham utilizado conceitos da filosofia de Wittgenstein, a preocupação com questões relativas à linguagem matemática é secundária, como as da linha da modelagem, ou inexistente, como a pesquisa de Vilela (2009) que utilizou os conceitos de uso e de semelhança de família para empreender a análise sobre as adjetivações do termo matemática em trabalhos relativos à Etnomatemática.

Dentre as pesquisas que tem como foco principal questões relativas ao uso da linguagem matemática em situações de ensino e de aprendizagem, destacamos a pesquisa de Lacerda (2010), que analisou o processo de interpretação e de comunicação a partir das falas e das produções escritas dos alunos na resolução de problemas, empreendidas individualmente e em duplas; o estudo de Silva (2011) que investigou o aprendizado de regras matemáticas por crianças da 4ª série no estudo da divisão.

Nessa direção, o presente estudo visa contribuir com as pesquisas já realizadas sobre o tema no sentido de oferecer subsídios teóricos para uma compreensão de questões relativas ao uso da linguagem no processo de ensino e de aprendizagem de conceitos matemáticos, a partir de discussões de cunho filosófico. Nesse sentido, compartilho com a afirmação de Gottschalk (2014) sobre a impossibilidade de haver aprendizagem sem linguagem, já que, com base em Wittgenstein, a autora afirma que toda aprendizagem pressupõe uma forma de vida, ou por outras palavras, está ancorada em hábitos, gestos e comportamentos interligados com palavras pertencentes a uma linguagem.

Assim, este estudo tem por objetivo refletir sobre a utilização de gestos ostensivos no ensino de conceitos matemáticos em termos de como podem auxiliar as explicações do professor e a compreensão dos alunos. Para nos auxiliar em nossa análise, recorreremos a exemplos de situações de ensino para ilustrar a discussão no sentido de clarificar a região de inquérito delimitada.

Na primeira seção, apresentaremos em termos gerais aspectos da filosofia de Wittgenstein. A finalidade é delimitar o espaço de discussão no sentido de destacar a ostensão como um conceito-chave no processo de ensino do significado das palavras e, especificamente no âmbito da matemática, o ensino do sentido das proposições da matemática. Em seguida, discutiremos as formulações do filósofo a respeito da ostensão tanto na primeira fase quanto na segunda, destacando a importância das técnicas linguísticas de nomeação e do ensino do sentido das palavras nas lições de linguagem, em que destacaremos as lições no âmbito da matemática. Na terceira seção o foco das discussões está na

técnica do gesto ostensivo, onde procuraremos mostrar que esse recurso é recorrente na atividade de ensino e que sua utilização de modo adequado pode facilitar a compreensão do uso (significado) das palavras e do seu sentido.

2 A filosofia de Wittgenstein

Os interpretes de Wittgenstein costumam atribuir-lhe a autoria de duas filosofias distintas, a primeira referente ao *Tractatus logico-philosophicus*³, publicado em 1921, e a segunda composta pelos escritos posteriores a essa obra, sobretudo as formulações que compõem as *Investigações filosóficas*, porém, em ambas as fases, o centro das suas preocupações foi a linguagem. De acordo com Moreno (2000), tanto a filosofia formulada no *Tractatus*, quanto a que se encontra nas obras posteriores exerceram profunda influência no pensamento do século XX e encantou o universo intelectual com sua maneira de tratar das questões filosóficas. Após a publicação do *Tractatus*, Wittgenstein modificou radicalmente a maneira de pensar os problemas filosóficos. Ele abandonou a perspectiva *logicista*, afirmando serem insatisfatórias suas formulações. No prefácio das *Investigações Filosóficas* o autor relata:

Há quatro anos, [...], tive oportunidade de reler meu primeiro livro (o *Tractatus Logico-philosophicus*) e de esclarecer seus pensamentos. De súbito, pareceu-me dever publicar juntos aqueles velhos pensamentos e os novos, pois estes apenas poderiam ser verdadeiramente compreendidos por sua oposição ao meu velho modo de pensar, tendo-o como pano de fundo. [...] tive que reconhecer os graves erros que publicara naquele primeiro livro. (WITTGENSTEIN, 1999, p.26).

Na visão tractariana, as proposições são formadas por nomes, que são as unidades elementares da relação linguagem-mundo e possuem uma forma lógica, essencial e única, que é a forma geral de toda a descrição dos fatos do mundo (WITTGENSTEIN, 2001). O estatuto teórico das proposições é determinado pela forma lógica e pela denotação das palavras, porém, com a modificação do pensamento do filósofo, são as aplicações das palavras que passam a exercer

³ No decorrer do texto usaremos somente *Tractatus* para nos referir a essa obra.

esse papel. Assim, vai sendo construída uma teia de proposições que incorporamos a nossa linguagem e que passam a nortear nossas ações como regras (função normativa da linguagem). A posse desse conjunto de proposições, que Wittgenstein denomina de gramática, é condição para que possamos descrever os fatos do mundo, fazendo uso da função descritiva da linguagem (GOTTSCHALK, 2014).

Nessa maneira de pensar, a linguagem funciona em seus usos, não sendo relevante averiguar um significado único das palavras, mas focar suas funções práticas, que são múltiplas e variadas, constituindo múltiplas linguagens. Resumidamente, o que costumamos chamar de linguagem é, para o filósofo, a conjunção da linguagem e das atividades com as quais ela está interligada, ou seja, a significação se dá no uso que se faz da palavra dentro de um contexto social (WITTGENSTEIN, 1999). Essa maneira de conceber a linguagem teria produzido uma profunda ruptura com a tradição filosófica. Wittgenstein inverte a hierarquia platônica e, em vez de fundar sua filosofia sobre idealizações abstratas, elege a prática humana e social como ponto de partida e foco principal do seu novo modo de pensar.

Nessa nova perspectiva, em que o filósofo expõe a multiplicidade de ferramentas da linguagem e seus modos de emprego, bem como as várias técnicas de associação entre palavras e objetos que tem a função de estabelecer ligações elementares de sentido entre linguagem e realidade, destacamos como objeto de reflexão a técnica da ostensão⁴ que mesmo sendo o meio característico de atribuição de significado na antiga doutrina, foi amplamente discutido e colocado como elemento crucial de elucidação do significado (uso) das palavras em obras do período intermediário e na fase madura. A seguir discutiremos alguns aspectos da ostensão no pensamento de Wittgenstein.

⁴ Segundo Glock (1998, p. 122) a ostensão é uma explicação do significado de uma palavra por meio de enunciados como “isto é um elefante”, “esta cor é o vermelho”, etc., e é constituída por três elementos: uma expressão demonstrativa, “isto é...”; um gesto dêitico (apontar); e uma amostra (objeto para o qual se aponta).

3 A ostensão na filosofia de Wittgenstein

Nas *Investigações filosóficas*, Wittgenstein (1999) critica a concepção agostiniana da linguagem, que se valendo da noção de significado, estabelece uma relação biunívoca entre um objeto e seu referente linguístico. Wittgenstein critica o fato de que em Agostinho, conhecer uma palavra seria conhecer o próprio objeto que ela nomeia. O gesto de apontar para um objeto enquanto pronuncia uma palavra (ostensão), nesta concepção, é o recurso pelo qual se processa o aprendizado da linguagem. Esse recurso linguístico estabelece uma regra gramatical para definir o significado das palavras da linguagem. Para compreender a importância do gesto ostensivo no sistema referencial, é imprescindível refletir sobre a estrutura de pensamento que norteia a compreensão da linguagem neste sistema, ou por outras palavras, sua base epistemológica.

No *Tractatus*, a linguagem é concebida como um conjunto de elementos – nomes e proposições – que carregam em si a significação quando combinados de determinada maneira e evoca objetos do mundo em geral. O objeto é denotado pelo nome. Na proposição o nome substitui o objeto e a linguagem é a totalidade das proposições (WITTGENSTEIN, 2001). Vale ressaltar que sua filosofia neste período concebe as proposições do mesmo modo que Frege e Russell⁵. Por via dessa forma de pensamento, Wittgenstein busca por meio da linguagem, determinar a estrutura essencial da proposição e, por meio dessa estrutura estabelecer a estrutura do mundo, ou pelas palavras do próprio filósofo “a forma proposicional geral é a essência da proposição. Determinar a essência da proposição quer dizer determinar a essência de todas as descrições e, por conseguinte, a essência do mundo.” (WITTGENSTEIN, 2011, p. 100).

⁵ Wittgenstein conheceu Bertrand Russell (1872-1970) por intermédio de Friedrich L. Gottlob Frege (1848-1925) e por sugestão de Frege começou a estudar Lógica com Russell em Cambridge. Frege e Russell são nomes importantes da Lógica Moderna e influenciadores do jovem Wittgenstein como ele mesmo menciona no Prefácio do *Tractatus Logico-Philosophicus*: “Quero apenas mencionar que devo grande parte do estímulo a meus pensamentos às grandiosas obras de Frege e aos trabalhos de meu amigo Sr. Bertrand Russell”.

A ideia de que a relação linguagem-mundo seja constituída por simples relações biunívocas entre o objeto e o seu referente linguístico, defendida por Wittgenstein nessa fase é o que reforça a ideia de que a ostensão seja o caminho usual do ensino e da aprendizagem da linguagem. A ostensão é o meio característico de atribuição de significado (HINTIKKA, 1994). Nessa concepção, a pergunta “como se chama isso?” e a resposta “isto se chama...” evocam a denominação por meio do jogo de linguagem “encontrar um nome para algo” que se materializa mediante o uso do gesto ostensivo que nesse caso é utilizado como ligação (técnica de associação) entre o nome e o objeto denominado.

De acordo com Moreira (2010) a publicação de um artigo de título *Algumas Observações sobre a Forma Lógica* marca o ponto de ruptura com a tese do *Logicismo* na ocasião do retorno de Wittgenstein à Cambridge em 1929, após seis anos vivendo em vilarejos no interior da Áustria onde lecionava para crianças, o que pode ter fomentado as novas perspectivas segundo as quais ele passaria a considerar a linguagem. O fato é que Wittgenstein passou a perceber que o seu modo de pensar exposto no *Tractatus* era insuficiente para tratar de algumas questões mais complexas da linguagem. Então começou a perceber que o principal instrumento de ensino e aprendizagem da linguagem, a ostensão, de importância fundamental no sistema referencial possuía sérias limitações.

De acordo com Hintikka (1994), Wittgenstein começou a aceitar a possibilidade de não ser possível definir ostensivamente objetos ausentes ou objetos não apreensíveis pelos olhos. É possível definir ostensivamente o infinito? Como apontar para o infinito? Como apontar para um lugar? O significado de “ali” e “isto” poderiam ser ensinados ostensivamente? Wittgenstein assevera que o mostrar acontece no uso das palavras (ordinariamente) e não somente no aprender do uso. Apesar de denominarmos as coisas parecendo haver uma relação biunívoca entre a coisa e o nome, fazemos os mais variados empregos com nomes/frases. Por exemplo, a palavra “lajota” no contexto da construção civil pronunciada de maneira imperativa ao ajudante (o construtor grita a palavra) pode significar “traga-me uma lajota”. Nesse caso, lajota pode ser uma palavra ou uma

frase, de acordo com o contexto em que ela é usada e conforme a entonação da voz emitida (WITTGENSTEIN, 1999).

As formulações de Wittgenstein em relação à ostensão foram caminhando passo a passo para a superação do entendimento de que ela serviria apenas para efetivar a atribuição do significado das palavras no processo de denominação. Mediante a compreensão de que a linguagem tem outras funções além da denominação, o gesto ostensivo passa a ter outras funções além da associação entre nome e denominado. Nessa perspectiva, Wittgenstein passa a perceber que mesmo se tratando de coisas apreensíveis pelos olhos, quando o professor está apontando para o objeto, o aprendiz deve ter em mente a condição lógica da entidade definida. Por exemplo:

[...] quando se aponta para dois pedaços quadrados de papel vermelho e se pronuncia uma palavra (num contexto definidor), está se definindo em particular (este par de objetos), um material (papel), uma forma (quadrada), uma cor (vermelho), ou uma quantidade (dois)? (The Blue and Brown Books, apud Hintikka, 19994, p. 236)

É necessário que o aluno já tenha domínio de jogos de linguagem mais elementares, como a denominação para que possa compreender o que está sendo apontado pelo professor (a forma e não a cor, por exemplo). Por exemplo, quando o professor aponta para o símbolo “□” no interior de um triângulo retângulo desenhado no quadro e diz “isto é um ângulo reto”, é preciso que o aluno conheça a condição lógica da entidade definida para saber identificar o aspecto apontado pelo professor no desenho, já que o símbolo apontado apenas explica o que é o ângulo reto, não é um objeto que é o significado de ângulo reto.

Nesse sentido, o modelo referencial estava sendo o alvo das críticas do filósofo, tendo como foco o papel do gesto ostensivo na sua nova maneira de pensar. Segundo Hintikka (1994) a partir da época da *Gramática Filosófica*⁶, Wittgenstein passa a apresentar exemplos que contrariam a doutrina do sistema referencial da linguagem, formulando suas críticas através de citações a Santo Agostinho. Ele “descreve a concepção que está abandonando, dizendo que,

⁶ Obra do chamado período intermediário, escrita entre 1931 e 1934. As formulações encontradas nesta obra estão muito próximas às *Investigações Filosóficas*, obra da fase madura.

segundo essa doutrina, a denominação é o alfa e o ômega da compreensão da linguagem.” (HINTIKKA, 1994, p. 238).

Nas *Investigações filosóficas* ele afirma que “A definição ostensiva elucida o uso – a significação – da palavra quando já é claro qual papel a palavra deve desempenhar na linguagem” (WITTGENSTEIN, 1999, p. 38). Ele apresenta o seguinte exemplo no aforismo trinta e um:

Quando se mostra a alguém a figura do rei no jogo de xadrez e se diz: “Este é o rei do xadrez” não se elucida por meio disso o uso dessa figura, a menos que esse alguém já conheça as regras do jogo, até esta última determinação: a forma da figura de um rei (WITTGENSTEIN, 1999, p. 38).

O fato de mostrar a figura do rei ou de outras peças do jogo de xadrez a alguém não é garantia de que esta pessoa possa aprender os movimentos corretos e as regras do jogo de xadrez. Em outra situação esta mesma definição ostensiva poderia surtir outro efeito, caso o aprendiz já tivesse domínio de outro jogo de tabuleiro semelhante ou se pela observação, aprendeu o jogo sem ter aprendido todas as regras, ou ainda se estivesse habituado a jogos de tabuleiro simples podendo progredir para os mais complicados. Isso certamente auxiliaria o processo de definição ostensiva.

Mesmo nesses casos, conforme o segundo Wittgenstein, o gesto ostensivo não seria suficiente para elucidar todas as possibilidades de movimentação deste jogo, o mostrar acontece na verdade também no uso e não somente no aprender do uso. Esse aprender do uso poderia prosseguir acrescentando à lição inicial de denominação do rei, a explicação ostensiva dos movimentos possíveis para o rei: “o rei pode ser movido assim, e assim,…” (WITTGENSTEIN, 1999, p. 46). A ostensão, descrita por Wittgenstein na fase madura como os processos de ensino ostensivo das palavras e definição ostensiva é uma técnica linguística que tem a função transcendental de estabelecer ligações internas de sentido entre signos, ou entre conceitos matemáticos.

Nas *investigações filosóficas* é apresentada uma distinção entre uma *explicação ostensiva* ou *definição* e o *ensino ostensivo das palavras* (WITTGENSTEIN, 1999, p.29). Para o filósofo, na aprendizagem da língua

materna, o ensino ostensivo faz parte dos jogos preparatórios, em que a criança ainda não sabe perguntar pelo nome das coisas, sendo então ensinada por meio de um processo de *adestramento* e de *treinamento*. Nessa fase, a técnica geralmente usada pelo interlocutor é o gesto ostensivo, que consiste em apontar para um objeto, para dirigir a atenção da criança para ele enquanto profere uma palavra, por exemplo, a palavra *lajota*, exibindo essa forma.

No mesmo aforismo, o filósofo faz a seguinte observação: “Não quero chamar isto de ‘explicação ostensiva’ ou de ‘definição’, porque a criança ainda não pode perguntar pela denominação”, ou seja, ele faz uma distinção entre o *ensino ostensivo* e a *definição ostensiva*. A *definição ostensiva* pressupõe que o aluno já saiba que sons se aplicam a objetos, portanto, ele pode perguntar pelo nome de um objeto, ou pode ser colocado diante de novos nomes pelo professor, já acompanhados de uma instrução (de como usar o nome).

Em nossa interpretação, para a finalidade desta discussão, que foca a atividade de ensino de matemática, entendemos que o aluno já seja capaz de perguntar pela denominação, uma vez que já domina minimamente sua língua materna, logo a explicação e a compreensão de termos matemáticos estão fortemente atreladas às definições ostensivas.

4 Gestos ostensivos como técnica linguística de associação

Ver um substantivo como *mesa*, *cadeira*, *bicicleta* ou nomes de pessoas nos faz procurar algo ou alguém que corresponda a ele. Os substantivos são palavras que aprendemos usualmente por meio do gesto ostensivo, por ser um recurso linguístico que estabelece uma ligação associativa entre a palavra e a coisa (WITTGENSTEIN, 1999, p. 29). Para o filósofo, chamar a atenção do aprendiz para um objeto e pronunciar uma palavra, conduz a criança a aprender o uso das palavras e a executar determinadas atividades em que as palavras são aplicadas. Pelo fato de se tratar de um jogo de linguagem puramente referencial, em que as palavras são aplicadas como *etiquetas* e porque a criança ainda não

está em condições de perguntar pelo sentido, trata-se de um *adestramento*, no sentido de que a criança necessita passar por treinos, até que seja capaz de dominar uma técnica. Vale ressaltar que para Wittgenstein a aprendizagem é um processo linguístico, não mental, pois se trata de dominar uma técnica (GOTTSCHALK, 2014; SILVEIRA e SILVA, 2016).

As técnicas linguísticas têm a função de preparar o aprendiz para jogos de linguagem mais complexos como o da descrição, mas dominar essas técnicas é uma condição lógica e não empírica. Por exemplo, quando apontamos para um conjunto de objetos e dizemos “isto se chama dois”, tanto o gesto de apontar quanto o conjunto de objetos, apesar de fazerem parte do mundo empírico, passam a ter uma função transcendental, pois o gesto passa a dizer o que é dois por meio de uma amostra de dois. Por esse motivo essas técnicas estão entre o empírico e o transcendental (GOTTSCHALK, 2014; MORENO, 2012).

Segundo o filósofo, devemos cuidar-nos de pensar que uma expressão como $4 \text{ maçãs} + 4 \text{ maçãs} = 8 \text{ maçãs}$ é a equação concreta ou uma aplicação especial, da proposição abstrata $4 + 4 = 8$. Costuma-se apresentar como exemplo de uma relação binária algo parecido à relação entre pai e filho. Mas o que significa ter este exemplo para o tratamento lógico ulterior das relações binárias? Temos que imaginar “a é o pai de b” no lugar de qualquer “a R b”? Não sendo o caso, este exemplo ou qualquer outro proveniente do mundo empírico é essencial? Não representa o exemplo o mesmo papel que tem na aritmética o intento de explicar a alguém $3 \times 6 = 18$ usando 3 fileiras com 6 maçãs cada uma? (WITTGENSTEIN, 2014).

Wittgenstein entende que a matemática é essencialmente normativa, no sentido de que suas regras gramaticais têm sentido no interior do universo matemático independente de usos externos (a aritmética é sua própria aplicação, o cálculo é sua própria aplicação), mesmo assim, reconhece que a matemática pode ser utilizada como descritiva de situações empíricas, no entanto, em situações de ensino, a correlação entre os dois aspectos (normativo e descritivo), pode nos levar na direção de uma analogia que conduz a erros (WITTGENSTEIN,

2014), portanto conjecturamos que o objetivo principal do ensino de matemática dever ser o domínio das regras e das técnicas, primordialmente, para que o aluno seja capaz de fazer uso do aspecto descritivo da matemática, quando compreende e faz uso do aspecto normativo. Wittgenstein descrevendo lições de linguagem no âmbito da nomeação afirma que o aprendiz denomina os objetos, fala a palavra quando o professor aponta para o objeto, ou de maneira mais simples, o aluno repete a palavra que o professor pronuncia (WITTGENSTEIN, 1999; 1992). De acordo com Machado (2007) esse tipo de lição sugere – embora não implique – que o significado de uma palavra é alguma coisa coexistente e correlacionada à palavra.

No ensino da matemática encontramos processos semelhantes tais como o ensino dos numerais, que inicialmente é apresentado aos alunos como designação de grupos de coisas apreensíveis pelos olhos ou objetos como representação de formas geométricas que são mostradas pelo professor, enquanto pronuncia as palavras que se associarão a eles. Os alunos são estimulados a contar para que possam fazer associação com os numerais. Wittgenstein descreve algumas dessas técnicas nas *investigações filosóficas* que são usadas em conjunção com o gesto ostensivo tais como a etiquetagem dos objetos, as correlações entre tabelas e escalas graduadas, pronúncias de sons ou de palavras, etc., que tem a função de estabelecer ligações elementares de sentido entre linguagem e realidade (MORENO, 2012).

Na perspectiva wittgensteiniana sobre essas ligações, há ainda a questão da explicação do significado de uma palavra, ressaltando que para Wittgenstein, o significado de uma palavra é seu uso na linguagem (WITTGENSTEIN, 1999). Por exemplo, podemos ensinar o significado de dois somente mostrando um conjunto de objetos fazendo relação com o mundo empírico? Certamente não é esta a única maneira, nem tão pouco a mais eficaz. Não se trata de discussões metodológicas ou da eficácia do processo de ensino (já que Wittgenstein não discute essas questões), mas de apresentar ao aprendiz os vários usos que podem ser feitos da palavra dois. Em relação a isso, o filósofo responde com uma

analogia ao jogo de xadrez, dizendo que quando mostramos a alguém a figura do rei e dizemos “este é o rei do xadrez”, não estamos elucidando por meio do gesto ostensivo o uso dessa figura, portanto não estamos ensinando o seu significado, uma vez que com esse gesto estaríamos apenas denominando a figura e essa denominação não garante a compreensão de todas as regras de uso dessa figura no jogo de xadrez. Nesses casos, mesmo que a definição ostensiva não seja suficiente para elucidar todas as possibilidades de movimentação do rei no jogo, o gesto ostensivo pode auxiliar na explicação das regras de uso da figura e prosseguir acrescentando à lição inicial de denominação do rei, a explicação ostensiva dos movimentos possíveis para o rei: “o rei pode ser movido assim, e assim,...”, etc. (WITTGENSTEIN, 1999).

A definição ostensiva da palavra dois só poderá ser compreendida se antes do professor pronunciar “este número chama-se dois”, o aprendiz já tenha domínio de técnicas que lhe permitem saber o aspecto apontado pelo professor na definição, que por sua vez apresentará ao aprendiz vários usos que podem ser feitos da palavra dois de acordo com o contexto em que está inserido (WITTGENSTEIN, 1999). Nesse sentido, a definição ostensiva nos fornece uma explicação do significado de uma expressão, pois leva a conhecer o que está no final de uma cadeia de interpretações (MACHADO, 2007). Podemos definir ostensivamente o conceito de número mostrando diferentes tipos de números, mas com isso não estamos circunscrevendo o conceito de número de maneira definitiva. Já com o conceito de número cardinal é um pouco diferente por se tratar de um conceito mais restrito: podemos defini-lo mostrando exemplos de números cardinais ou até usar os signos 1, 2, 3,..., *ad inf.* A definição ostensiva de número não circunscreve o conceito, pois se trata de um conceito mais amplo (a não ser que se queira dizer que o que chamamos de número constitui o conceito de número) (WITTGENSTEIN, 2014), porém, o recurso conduz o aprendiz à compreensão do conceito.

5 Considerações finais

Discutimos neste texto aspectos relacionados à explicação e à compreensão de conceitos matemáticos mediante o uso de gestos ostensivos. Apesar de não termos discorrido especificamente sobre a natureza do conhecimento matemático, apontamos alguns aspectos importantes desse tema para a compreensão do papel da ostensão no espaço de discussão aqui delimitado, como os aspectos normativo e descritivo da matemática. Expomos em termos gerais em que sentido Wittgenstein considera a matemática como normativa (ou *a priori*) e qual a implicação dessa afirmação para a reflexão sobre a questão da explicação e da compreensão de conceitos matemáticos. Como explicar que uma expressão como $5 + 5 = 10$ é válida no universo da aritmética (na forma de vida dos matemáticos) e por que essas construções abstratas parecem coincidir com o “comportamento” de situações do mundo empírico?

Questões como essas foram levantadas pelo fato de que a relação da matemática (como um jogo de linguagem) com a realidade⁷ se dá, na perspectiva wittgensteiniana por meio de técnicas de associação entre palavras e fatos do mundo, como o gesto ostensivo que tem a função de estabelecer ligações elementares de sentido entre linguagem e realidade. Assim como o segundo Wittgenstein, que não discorre sobre processos ou experimentos de ensino e de aprendizagem com a finalidade de apresentar teses sobre o assunto, a discussão aqui empreendida pretendia apenas mostrar como o domínio dessas técnicas é importante para o ensino e para a aprendizagem de conceitos matemáticos, uma vez que nossas práticas pedagógicas são na verdade jogos de linguagem que entrelaçam símbolos linguísticos, gestos, regras e técnicas construídos e compartilhados no interior de uma comunidade, e que passam a se configurar como normas. Nesse sentido o gesto ostensivo pode auxiliar a explicação do professor, pois constitui uma regra para o uso de uma palavra no contexto da matemática e, nesse sentido, não é um movimento empírico qualquer, mas passa

⁷ Refiro-me a situações do mundo empírico.

a ter uma função transcendental, de dizer ao aprendiz como proceder mediante a constituição de regras que são aprendidas e seguidas. Nestes termos é que as técnicas linguísticas como os gestos ostensivos se encontram entre o empírico e o transcendental.

Referências

BRASIL. **Parâmetros curriculares Nacionais Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Secretaria de Educação Média e Tecnológica Brasília: MEC/SEB, 2000.

GLOCK, H. J. **Dicionário Wittgenstein**. Tradução Helena Martins. Revisão técnica: Luiz Carlos Pereira. Rio de Janeiro: Jorge Zaar, 1998.

GOTTSCHALK, Cristiane. M. C. Algumas observações sobre a questão da possibilidade de aprendizagem sem linguagem. In.: GOTTSCHALK, C. M. C.; PAGOTTO-EUZEPIO, M. S.; ALMEIDA, R. **Filosofia e Educação: Interfaces**. São Paulo: Képos, 2014. p. 101-110.

GOTTSCHALK, Cristiane. M. C. **A inserção nos jogos de linguagem da perspectiva de uma epistemologia do uso**. International Studies on Law and Education 15 CEMOrOc-Feusp / IJI-Univ. do Porto, set-dez 2013.

COSTA, Walber C. L. **Tradução da linguagem matemática para a LIBRAS: jogos de linguagem envolvendo o aluno surdo**. Dissertação de mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas – Universidade Federal do Pará, Belém, 2015.

HINTTIKA, Jakko. Da ostensão aos jogos de linguagem. In: HINTTIKA, M; HINTTIKA, J. **Uma investigação sobre Wittgenstein**. São Paulo, Papyrus, 1994.

JESUS, W. P. de. A filosofia da Educação Matemática de Paul Ernest e suas Relações com as Filosofias da Matemática de Imre Lakatos e Ludwig Wittgenstein. In: MIORIM, M. Â.; VILELA, D. S. (Orgs). **História, Filosofia e Educação Matemática**. Campinas, SP: Alínea, 2009, p.159-197.

LACERDA, Alan. G. **Interpretação e comunicação das regras matemáticas na resolução de problemas de divisão por alunos da 5ª série do ensino fundamental**. Dissertação de mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas – Universidade Federal do Pará, Belém, 2010.

MACHADO, Alexandre. N. Realismo, normatividade e lógica. In.: **Lógica e forma de vida**. São Leopoldo: Ed. Unisinos, 2007. p. 203-263.

MERLI, Renato. F. **Modelos clássico e Fuzzy na Educação Matemática: um olhar sobre o uso da linguagem**. Dissertação de mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

MOREIRA, Jorge H. L. **Wittgenstein: a superação do Atomismo Lógico**. Argumentos. Ano 2, nº 3, p. 89-93, 2010.

MORENO, Arley R. **Wittgenstein: os labirintos da linguagem**. São Paulo: Moderna. Campinas-SP: Editora de Universidade de Campinas, 2000.

MORENO, Arley R. **Introdução a uma epistemologia do uso**. *Caderno CRH*, Salvador, v. 25, n. spe 02, p. 73-95, 2012.

OLIVEIRA, M. S. **Interpretação e comunicação em ambientes de aprendizagem gerados pelo processo de modelagem matemática**. Dissertação de mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas – Universidade Federal do Pará, Belém, 2010.

SILVEIRA, Marisa, R. A. **Tradução de textos matemáticos para a linguagem natural em situações de ensino e aprendizagem**. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v.16, n.1, pp. 47-73, 2014.

SILVEIRA, Marisa, R. A.; SILVA, Paulo V. **O cálculo e a escrita matemática na perspectiva da filosofia da linguagem: domínio de técnicas**. *Educação Matemática Pesquisa*. São Paulo, v.18, n.1, pp. 469-483, 2016.

SILVA, Paulo V. **O aprendizado de regras matemáticas**: uma pesquisa de inspiração wittgensteiniana com crianças da 4ª série no estudo da divisão. Dissertação de mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas – Universidade Federal do Pará, Belém, 2011.

SOUZA, Henrique C. T. **Uma análise dos esquemas do processo de modelagem**. Dissertação de mestrado em Educação em Ciências e Matemática – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2013.

TORTOLA, Emerson. **Os usos da linguagem em atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**. Dissertação de mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

VILELA, Denise S. Elementos para uma compreensão das matemáticas como práticas sociais. In: MIORIM, Maria A.; VILELA, Denise S. **História, filosofia e educação matemática**: práticas de pesquisa. Campinas-SP: Editora Alinea, 2009, p.89-126.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **O livro castanho**. Lisboa: Edições 70, 1992.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Investigações Filosóficas**. Trad. José Carlos Bruni. São Paulo: Nova Cultural, 1999.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Tractatus Logico-Philosophicus**. São Paulo: EDUSP, 2001.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Escrito a máquina [The Big Typescript]**. Madrid: Editorial Trotta, 2014.