

Representações temporais e o valor do dinheiro no tempo: conexões entre a Educação Financeira e o Ensino de Matemática¹

Temporal representations and the value of money over time: links between financial education and the teaching of mathematics

Ivail Muniz Junior²
Samuel Jurkiewicz³

Resumo

O objetivo desse artigo é apresentar a ideia de representação temporal, cunhada em nossa pesquisa de doutorado, e analisar possíveis influências destas representações nas estratégias de estudantes de Ensino Médio quando analisam situações financeiras, incluindo as que culminem com a tomada de decisão, por meio de tarefas em ambientes escolares de aprendizagem. Para tanto, partindo das nossas concepções de educação financeira escolar e da noção de representação temporal, tomamos como ponto de partida uma situação financeira utilizada em nossa pesquisa para descrevermos o que são tais representações temporais. Utilizamos o modelo dos Campos Semânticos como apoio teórico-metodológico na análise da dinâmica da produção de significados dos estudantes para algumas dessas tarefas, para procurar entender o papel das representações temporais em suas estratégias de análise das situações financeiras apresentadas. Os resultados, obtidos a partir desses significados produzidos, indicam que as representações temporais podem contribuir para a análise de variadas situações financeiras, em diversos aspectos da dinâmica do processo, incluindo compreensão inicial do problema, constituição de objetos, as operações entre esses objetos e suas lógicas, a produção e validação dos resultados encontrados.

Palavras-chave: Educação Financeira. Ensino de Matemática. Representações Temporais. Produção de Significados.

Abstract

The aim of this paper is to present the idea of temporal representation, minted in our doctoral research, and analyze possible influences of these representations in high school students strategies when analyzing financial situations, including those that culminate in decision making through tasks in school learning environments. Therefore, based on our conceptions of school financial education and temporal notion of representation, we take

¹ A pesquisa da qual o artigo traz um recorte contou com o apoio financeiro do CNPQ, ao qual agradecemos.

² Doutorando em Engenharia de Produção da COPPE-UFRJ; Professor do Departamento de Matemática do Colégio Pedro II – Campus Centro; Professor da Escola Técnica Estadual João Luiz do Nascimento e do Colégio de São Bento, ambos no Rio de Janeiro

³ Doutor em Matemática (Pierre et Marie Curie, França). Professor da Faculdade de Engenharia Industrial da UFRJ, e do PEP-COPPE da UFRJ.

as a starting point a financial situation used in our research to describe what those temporal representations. We use the model of the Semantic fields as theoretical and methodological support in the analysis of the dynamics of production of meanings of the students to some of these tasks, to try to understand the role of temporal representations in their analysis strategies of financial situations presented. The results obtained from these meanings produced indicate that the temporal representations can contribute to the analysis of various financial situations in various aspects of process dynamics, including initial understanding of the problem, creation of objects, operations between these objects and their logical, production and validation of results

Keywords: Financial Education. Mathematics Teaching. Temporal Representations. Meanings Production.

1 Introdução

As transformações no cenário econômico global, principalmente as ocorridas neste século, juntamente com as singularidades político-econômicas regionais têm ampliado o número de questões econômico-financeiras com as quais os seus cidadãos em todo o mundo têm lidado, produzindo grandes desafios para a comunidade global. (PICKETY, 2013; BAUMANN, 2015; ROCHA & SILVA, 2009).

No Brasil, a estabilidade da moeda (a partir de 1994), o aumento da renda, o crescimento da classe média brasileira, o aumento da oferta de crédito para bens (móveis e imóveis) e serviços, a ampliação do prazo dos financiamentos imobiliários, a velocidade da geração e consumo de bens e serviços, a redução do grau de desigualdade de renda, além do aumento da expectativa de vida da população, juntamente com a crise internacional de 2008 e agora com a recente crise brasileira em 2015, são alguns fatores que têm impactado fortemente a vida dos brasileiros, conforme se pode ver em (NERI, 2010; BNDES 2012; LEITÃO, 2011)

Nesse cenário de transformações e desafios econômicos, identificamos diversas iniciativas de se educar financeiramente a população, geralmente empreendidas pela esfera governamental ou por meio de instituições financeiras públicas e principalmente privadas, impulsionadas pela Organização para

Cooperação do Desenvolvimento Econômico (OCDE) através de seu *Financial Education Project* (OCDE, 2005).

Concomitantemente a essas iniciativas surgiram uma pluralidade de concepções sobre o que seja educar financeiramente um indivíduo (OCDE, 2005; BRASIL, 2014; LUSARDI et al, 2010;), e a reboque disso, temos visto o aparecimento de propostas que se voltam, inclusive, para adolescentes e jovens (BRASIL, 2014) e já começam a chegar ao sistema educacional sem uma reflexão e discussão com os professores e outros profissionais envolvidos com a escola, conforme apontam (SILVA, KISTEMANN e VITAL, 2014).

Por outro lado, identificamos um crescimento do número de pesquisas sobre diferentes abordagens de situações econômico-financeiras (SEF) na escola, principalmente na comunidade de Educação Matemática brasileira, conforme se pode ver em (ROLIM & MOTTA, 2014), nos principais periódicos nacionais e nos anais dos principais encontros brasileiros de Educação Matemática, dentre eles o ENEM, SIPEM, SIPEMAT, EBRAPEM.

Apesar desse crescimento, situações-problemas, problemas, atividades investigativas, ou de um modo mais amplo, as tarefas escolares envolvendo a tomada de decisão em situações financeiras, realizadas por alunos de Ensino Médio, com apoio em estratégias matemáticas, quer por meio de uma escolha a partir de opções fornecidas, quer pela construção pelos alunos de propostas alternativas às apresentadas, não têm sido comuns, tanto no âmbito das pesquisas acadêmicas, dentre elas Coser (2008); Campos (2013); Muniz (2015a; 2015b), quanto nos livros didáticos de matemática. Assim, temos o seguinte quadro atual: tanto na escola como na academia o processo de tomada de decisão é pouco tratado e, portanto, subutilizado, apesar de seu importante papel para a formação matemática, econômica, social, ambiental, comportamental e política do aluno.

Tal importância é reforçada quando olhamos para os cenários nacional e mundial e vemos que a tomada de decisão no século XXI será cada vez mais complexa, pois além do aumento dos produtos e situações financeiras oferecidos

pelo mercado, temos percebido uma tendência de transferência de risco e de responsabilidade dos governos para os cidadãos, (por exemplo, a redução da qualidade e oferta na saúde pública, as mudanças previdenciárias, etc.). Isso tem imposto uma responsabilidade ainda maior, e por vezes desigual, sobre os indivíduos para cuidar de sua própria segurança, o que demanda conhecimento, planejamento e atitudes, incluindo os casos em que precisam entender o que os especialistas do mercado (corretores, gerentes, etc.) estão oferecendo a eles, conforme apontam Patel (2010), Akerlof e Shiller (2016), Aprea et al (2016) e Muniz (2016a).

Esse cenário complexo nos remete a vários questionamentos e nos abre muitas oportunidades de pesquisa, pois como pode o processo de tomada de decisão, em especial o envolvendo situações financeiras, tão recomendado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), especialmente quando se referem à interpretação e intervenção no real, validação de conjecturas, e produção de argumentos, ser tão negligenciado na formação do aluno e subutilizado em sala de aula, principalmente a de matemática?

Na tentativa de dar uma pequena contribuição para reduzir essa lacuna referente à tomada de decisão em ambientes de educação financeira escolar, na perspectiva apresentada em (Muniz, 2016a), temos aproveitado os espaços escolares e curriculares de matemática desde 1999, para abordar situações financeiras em sala de aula, incluindo as que culminem com tomada de decisão, em alguns colégios públicos e privados do Rio de Janeiro. Temos também, desde 2013, pesquisado o processo de tomada de decisão em situações financeiras dos estudantes de Ensino Médio, a partir dos aspectos matemáticos e não matemáticos que emergem de seus discursos e estratégias, ao produzirem significados para as situações apresentadas por meio de tarefas inseridas em ambientes de aprendizagem escolar. Tal pesquisa de doutorado, de abordagem qualitativa e do tipo etnográfico, foi realizada em três fases, conforme se pode ver em Muniz (2016a).

Esse artigo, um recorte dessa pesquisa, é mais uma contribuição para a compreensão dos processos de tomada de decisão dos estudantes para situações financeiras. Em especial, trataremos sobre o papel de certas representações que chamamos em nossa pesquisa de *representações temporais*, na análise de situações financeiras, dentre elas as que culminam com a tomada de decisão.

2 Educação Financeira Escolar: nossas concepções

A Educação Financeira Escolar (EFE) que concebemos, em especial nas aulas de matemática, deve ser um convite à reflexão sobre as atitudes das pessoas diante de situações financeiras envolvendo o consumo, poupança, financiamentos, investimentos, seguros e previdência, bem como as suas possíveis consequências no curto, médio e longo prazos, olhando tanto para oportunidades quanto para as armadilhas do mercado.

Deve também auxiliar na conscientização dos sacrifícios e benefícios das trocas intertemporais, na perspectiva de Giannetti (2005), realizadas ao longo da vida, e das vantagens e desvantagens que podem advir da prática do planejamento financeiro pessoal incluindo o orçamento doméstico, do estabelecimento de metas, da identificação de como se gasta e com o que se gasta. Nesse aspecto, defendemos que o valor do dinheiro deva ser uma das questões centrais da Educação Financeira na Educação Básica.

Deve ainda contribuir para a reflexão de como as decisões financeiras individuais estão relacionadas com o coletivo, ou seja, que as decisões pessoais impactam não somente a própria vida, mas também a vida em família e em sociedade, numa perspectiva social, coletiva e ambiental. A educação financeira, portanto, nessa ótica, deve ser plástica, levando em consideração o contexto social e econômico dos alunos que serão convidados à reflexão e ação.

Assim, nossa concepção de Educação financeira Escolar não se limita ao conhecimento e escolha de produtos financeiros, nem a maximização do “bem

estar” a longo prazo a partir do sistema financeiro, e nem se limita a prover conhecimentos e informações sobre comportamentos básicos da população diante das oportunidades do mercado financeiro, conforme as orientações da OCDE (2005).

Construímos essa concepção de EFE a partir de quatro princípios: *convite à reflexão*, conexão didática, dualidade e lente multidisciplinar.

O primeiro princípio é do *convite à reflexão*. A EFE deve oferecer aos estudantes oportunidades de reflexão através da leitura de situações financeiras que contemplem diferentes aspectos, incluindo os de natureza matemática, para que pensem, avaliem e tomem suas próprias decisões. Deste modo, não queremos doutrinar os estudantes, definindo como devem se comportar em relação ao dinheiro ou ditando quais as melhores decisões financeiras a serem tomadas, ou ainda, quais os aspectos (financeiros, culturais, ideológicos, etc.) devem ser predominantes em suas análises e decisões, ou ainda usar essa educação para defender bandeiras ou ideologias políticas, religiosas e/ou partidárias. Defendemos um convite à reflexão pois entendemos que a decisão pessoal de cada um sobre como agir e o que fazer a partir das reflexões depende de uma gama de valores e princípios que certamente influenciarão a forma de ver e agir a partir da educação financeira abordada nessa fase escolar. O que pode ser ótimo do ponto de vista econômico pode ser a pior opção do ponto de vista psicológico, ou cultural, por exemplo.

O segundo princípio é o da *conexão didática*. A Educação Financeira escolar que defendemos se diferencia da Educação Financeira de bancos e algumas outras instituições financeiras, na medida em que se volta para as questões de ensino e aprendizagem de matemática (inclusive), sem desconsiderar os diversos contextos e comportamentos presentes na sociedade. Com isso defendemos que a forma como o estudante pensa, suas estratégias para analisar e resolver problemas e questões presentes nas situações, a interação dele com o seu grupo de trabalho, a utilização de noções tratadas em seu percurso escolar, dentre outros aspectos relacionados ao ensino e

aprendizagem podem e devem fazer parte da educação financeira que se volta e que se pratica na educação básica.

O terceiro princípio é o da *dualidade*. Defendemos que a Educação Financeira Escolar se beneficie da matemática para entender, analisar e tomar decisões em situações financeiras, e que também permita explorar situações financeiras para aprender matemática. Essa educação pode e deve ser uma via de mão dupla, e portando dual, em que a relação entre ensino de matemática e a abordagem de situações financeiras sejam dois lados de uma mesma moeda.

O quarto princípio é o da *lente multidisciplinar*. Defendemos que a Educação Financeira, ainda que vista na perspectiva da sala de aula de matemática, busque oferecer múltiplas leituras sobre as situações financeiras. Aspectos financeiros, matemáticos, comportamentais, culturais, biológicos, políticos e ecológicos podem ser utilizados de forma articulada para ajudar os estudantes na leitura de situações de consumo, renda, endividamento, investimento, planejamento financeiro, sustentabilidade, dentre outras. Estudos do Marketing, da Neurociência, da Economia, da Antropologia e Sociologia do Consumo se constituem em diferentes lentes. E como lentes, focam alguns aspectos e desfocam outros.

Por fim, para esse texto, acrescentamos que em nossa perspectiva, a Educação Financeira na Escola, em especial, a que se pretende na sala de aula de matemática, e a Matemática Financeira na Escola, apesar de serem caminhos diferentes, têm alguns pontos em comuns. A lente analítica construída a partir de noções da matemática financeira permite uma compreensão das relações entre as variáveis financeiras e econômicas envolvidas, dos valores calculados ou pesquisados, da comparação dos resultados obtidos, dentre outros aspectos, que podem ser muito úteis na análise das situações financeiras que culminem com tomada de decisão.

3 O que são representações temporais?

Para apresentarmos a noção de representação temporal, que cunhamos em nossa pesquisa, utilizaremos algumas situações financeiras, para a partir delas, mostrar o que são, o seu papel, a utilização pelos estudantes e as possíveis influências destas na forma dos alunos analisarem tais situações.

Alguns autores de livros de matemática financeira ou didáticos de matemática, tais como (MORGADO, 2001, PUCCINI, 2005; DANTE, 2015; IEZZI, 2013), bem como em algumas pesquisas envolvendo matemática financeira e mais recentemente educação financeira na escola, dentre eles Novaes (2009) e Santander (2011), defendem a importância de se representar graficamente ou por meio de tabelas situações financeiras que envolvem quantias que se referem a diferentes datas. E as representações que temos observado nas pesquisas em Educação Matemática decorrem da utilizada por Morgado (2001) no livro *Progressões e Matemática Financeira*. Vejamos um exemplo da utilização dessa representação em uma situação financeira que culmina com uma tomada de decisão.

Figura 1 - Situação financeira envolvendo a antecipação e quitação de um financiamento

Paulo comprou um carro financiado, dando uma entrada, e o restante em 24 prestações de 2 000 reais, a uma taxa de juros de 1,5% ao mês, começando a pagar exatamente um mês após a compra, com as prestações vencendo sempre no 10º dia de cada mês. Ele já pagou 20 prestações, sempre em dia, e deseja quitar a dívida em 10 de maio, antecipando o pagamento das 4 prestações restantes que vencem em 10/06, 10/07, 10/08 e 10/09, respectivamente, do mesmo ano. Ao entrar em contato com a instituição que concedeu o financiamento, Paulo é informado que o valor de quitação, para 10 de maio, é de 7.880 reais.

Paulo deve aceitar a proposta oferecida?

Apresente seus argumentos para justificar a decisão a ser tomada.

Fonte: Elaborada pelo autor

Um caminho para se tomar essa decisão é encontrar o saldo devedor no dia 10/05, ou seja, o valor de quitação nessa data, para comparar com o valor oferecido, avaliando se o valor cobrado descontou todos os juros embutidos no

valor de cada prestação, levando-se em consideração a taxa de juro cobrada no financiamento, que é de 1,5% ao mês. Se isso não acontecer, Paulo tem o direito de contestar, mesmo que opte por não fazer isso. Para encontrar o valor de quitação, podemos calcular o valor de cada prestação na data de quitação (data zero ou simples hoje), isto é, o valor presente de cada parcela, e depois somá-los, utilizando a taxa de juro do financiamento ($i = 1,5\%$ a.m). Uma solução segue abaixo:

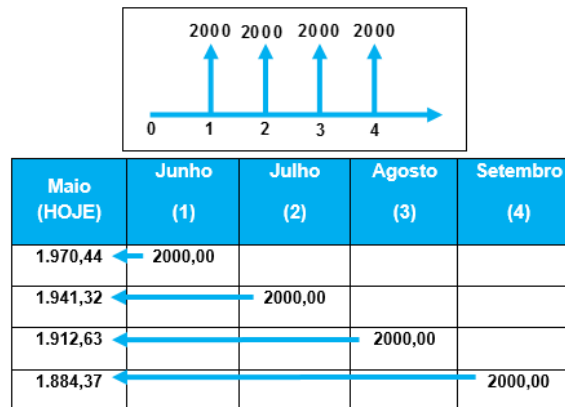
$$VP = \frac{2000}{1,015} + \frac{2000}{1,015^2} + \frac{2000}{1,015^3} + \frac{2000}{1,015^4}$$

$$VP = 1970,44 + 1941,32 + 1912,63 + 1884,37$$

$$VP = 7708,77$$

Poderíamos ter representado essa situação por meio de alguma estrutura que associasse as quantias às datas a que estão referidas, conforme podemos observar na Figura 2 a seguir.

Figura 2 - Representações temporais: eixo das setas e uma tabela dinâmica



Fonte: Elaboradas pelo autor

A primeira representação, chamada de eixo das setas, eixo do tempo, dentre outros nomes, é a mais utilizada nos livros didáticos de matemática, com algumas pesquisas apontando contribuições para o entendimento e pensamento dos estudantes, conforme se pode ver em Muniz & Jurkiewicz (2013), Novaes (2009) e Campos (2013).

A segunda representação, apesar de ser do tipo tabular, além de associar cada valor a sua respectiva data, tem a vantagem de poder ser usada para mostrar o que acontece com o valor da prestação a medida que o tempo de antecipação aumenta, de forma organizada para cada prestação, contemplando os espaços para os registros. Ela remete ao dinamismo do valor no tempo, e permite levar (para o futuro) e trazer (para uma data anterior) as quantias.

Reforçamos que ambas cumprem um papel de vincular o valor das quantias no tempo, e isso é muito importante, principalmente quando se trata de ensino e investigação de situações financeiras envolvendo taxas de juros, inflação, desvalorização cambial, retorno de investimento.

Baseado nessas observações e no que os alunos diziam sobre as influências que essas diferentes formas de representar os valores em suas respectivas datas de recebimento ou pagamento, na facilitação do entendimento e análise das situações, construímos a noção de representação temporal.

Em nossa pesquisa, chamamos de *Representações Temporais* as representações pictóricas (gráficas, tabulares ou esquemáticas) que permitem:

- (i) associar as quantias às suas respectivas datas,
- (ii) reforçar o dinamismo do valor do dinheiro no tempo;
- (iii) auxiliar na análise da evolução de dívidas e/ou saldos acumulados,
- (iv) auxiliar na determinação do tempo de transformação de uma quantia ou de uma série de quantias,
- (v) contribuir para explorar a equivalência de capitais, a partir das taxas de desconto ou de retorno fornecidas ou procuradas.

Tais representações têm se mostrado importantes para os alunos na análise de variadas situações, como apontam nossos resultados iniciais, principalmente quando voltamos nosso foco para questões relativas ao ensino e investigação, pois contribuem, além do que já expomos, para ampliar ainda mais as possibilidades de se mostrar que o valor do dinheiro, dada uma taxa, muda com o tempo, e os impactos disso na vida das pessoas.

Além disso, tais representações reforçam que as prestações, embora sejam iguais nesse sistema, embutem juros diferentes e crescentes, conforme estão mais distantes de hoje.

Os resultados obtidos por Paulo – nosso personagem –, a partir de suas construções matemáticas e financeiras, têm um grande potencial de influenciar a sua decisão, uma vez que o valor a pagar é menor do que o proposto pela instituição. O que Paulo faria? Entraria em contato com a Instituição Financeira para exigir o pagamento da dívida descontados corretamente os juros? Pagaria para não se aborrecer, pois a diferença de aproximadamente 170 reais não valeria a pena diante dos possíveis aborrecimentos que poderiam acontecer? Entraria em contato com a ouvidoria da Instituição? Denunciaria no site Reclame aqui? Procuraria o Núcleo de Defesa do Consumidor? Se Paulo tivesse um comportamento típico do brasileiro, o que você acha que ele faria? Como a maioria das pessoas agiriam nessa situação? E como agiriam se não analisassem matematicamente a situação? Por que a Instituição Financeira agiu dessa forma: foi um erro casual ou uma armadilha intencional?

Temos, assim um exemplo de uma situação financeira que culmina com uma tomada de decisão, e que pode ser explorada por diversas lentes analíticas, incluindo a envolvendo aspectos matemáticos, cujas múltiplas representações temporais (das quais apresentamos apenas algumas) podem contribuir para emergência de variadas estratégias de resolução e análise, envolvendo aspectos não matemáticos

As *Representações Temporais* também auxiliam na análise da evolução de saldo acumulado, mês a mês. Por exemplo, com uma terceira *representação temporal* (diferente das duas anteriores), na forma agora de um fluxo analítico, por exemplo, é possível mostrar porque o valor de R\$ 7.708,77 é o valor justo de quitação, partindo-se da premissa de que a taxa de juros de 1,5% incide sobre o saldo devedor acumulado. A figura abaixo ilustra como uma *representação temporal*, diferente das outras duas apresentadas, poderia ser utilizada como argumento para provar esse valor.

Figura 3 - Outra representação temporal: um fluxo analítico

Meses	Dívida Inicial	Pagamento	Saldo devedor
0	7.708,77	0,00	7.708,77
1	7.824,40	2.000,00	5.824,40
2	5.911,77	2.000,00	3.911,77
3	3.970,44	2.000,00	1.970,44
4	2.000,00	2.000,00	0,00

Fonte: Elaborada pelo autor

A representação gráfica é um recurso que costuma ser considerado muito importante por diversos pesquisadores, dentre eles (NASSER, 2010; NOVAES, 2009; COSER, 2008). Uma questão que pouco se discute é o porquê dessa importância. Segundo nossa ótica, essa importância está associada à natureza temporal do valor do dinheiro. Se o dinheiro se transforma no tempo, devido a diversos fatores tais como inflação, taxas de juros, custos de oportunidades, investimentos, desvalorização cambial, dentre outros, os valores que vimos estão sempre referidos a uma data. A importância, portanto, de uma representação, não reside em ser gráfica, mas sim ser temporal, isto é, mostrar a relação “valor x tempo” de forma explícita. Assim, a partir dos resultados parciais que temos encontrado em nossa pesquisa, e do que temos observado em todos esses anos a partir de nossa prática docente, o importante, não é a representação gráfica em si, mas sim uma representação temporal do valor. E a representação gráfica, conforme mostramos anteriormente, é apenas uma das formas de representação temporal.

Conseqüentemente, representações temporais, ao permitir o posicionamento das quantias no tempo, podem contribuir não apenas para a visualização do problema, mas também para a transformação de quantias no tempo, na medida em que explicita a data a que um valor está referido, para os períodos a serem transformados, para a escolha de uma data para a comparação das quantias. Esse é um aspecto que não encontramos até agora, em nenhum dos trabalhos que pesquisamos.

Nesse ponto, gostaríamos de apresentar ainda outras formas de resolução e análise da situação apresentada, que utilizam outros objetos e com diferentes operações. Paulo também poderia, por exemplo, obter o valor de quitação, recorrendo à fórmula da soma dos termos de uma progressão geométrica, cuja razão neste caso é $1,015^{-1}$, fazendo:

$$VP = a_1 \frac{(1 - q^n)}{(1 - q)}$$

$$VP = \frac{2000}{1,015} \times \frac{(1 - 1,015^{-5})}{1 - 1,015^{-1}}$$

Ou ainda, usando a generalização desse caso que decorre imediatamente da soma dos termos de uma P.G, presente nos livros de matemática financeira:

$$VP = P \times \frac{(1 - (1 + i)^{-n})}{i}$$

$$VP = P \times \frac{1 + (1,015)^{-5}}{0,015}$$

$$VP = 7.708,77$$

Alternativamente, Paulo também poderia recorrer a uma planilha eletrônica, ou calculadora financeira, realizando esse cálculo de uma só vez. No Excel, por exemplo, a solução ficaria:

Figura 4 - Solução para o problema em questão via funções financeiras do Excel.

	A	B		A	B
1	PRESTAÇÃO	2000	1	PRESTAÇÃO	2000
2	N. PARCELAS	4	2	N. PARCELAS	4
3	TAXA	1,50%	3	TAXA	1,50%
4	VALOR PRESENTE	=VP(B3;B2;B1)	4	VALOR PRESENTE	-R\$ 7.708,77

Fonte: Elaborada pelo autor

Reforçamos, assim, que tais representações auxiliam, em muitos casos, a entender a evolução da transformação de saldos e dívidas acumuladas, e principalmente, no ensino das matemáticas associadas à análise de situações

financeiras, por mostrar o valor do dinheiro como ele realmente é, sempre relativo à data a que está referido e dinâmico em função do tempo e da taxa de crescimento que o transforma, e não é absoluto como temos observado em nossa trajetória profissional. E não entendemos que seja o eixo das setas ou uma representação tabular os métodos que permitam uma melhor representação ou contribuam para facilitar a análise, pois o mais importante é que seja uma representação temporal.

4 Representações temporais e suas influências nas estratégias dos estudantes

Antes de analisarmos as influências das representações, é preciso apresentar de forma breve, os elementos do modelo dos campos semânticos (LINS, 1999) que precisaremos na análise que virá a seguir.

Começamos pelo Conhecimento que, na perspectiva do MCS, não pode ser transmitido aos indivíduos, mas sim produzido pelo sujeito a partir da produção de significados. Deste modo, “Conhecimento é uma crença-afirmação junto com uma justificação que autoriza a produzir aquela enunciação”. Assim, não há conhecimento em livros, pois ali há apenas informações, enunciados (resíduos de enunciação).

No que diz respeito ao que é significado de um objeto, usamos a noção de que é aquilo que efetivamente se diz a respeito desse objeto no interior de uma atividade, e objeto é aquilo para o que se produz significado.

A produção de conhecimento está diretamente relacionada, portanto, à produção de significado, na medida que quando uma pessoa se propõe a produzir significados para algum tipo de informação (o resíduo de uma enunciação), observamos da perspectiva do MCS o desencadeamento de um processo – o processo de produção de significados – o qual, segundo Silva (2003), envolve:

a constituição de objetos – coisas sobre as quais sabemos dizer algo e dizemos – que nos permite observar tanto os novos objetos que estão sendo constituídos quanto os significados produzidos para esses objetos;

a formação de um núcleo: o processo que envolve as estipulações locais, as operações e sua lógica;
a fala (ações enunciativas) na direção de interlocutores;
as legitimidades, isto é, o que é legítimo ou não dizer no interior de uma atividade. (SILVA, 2003, p.66).

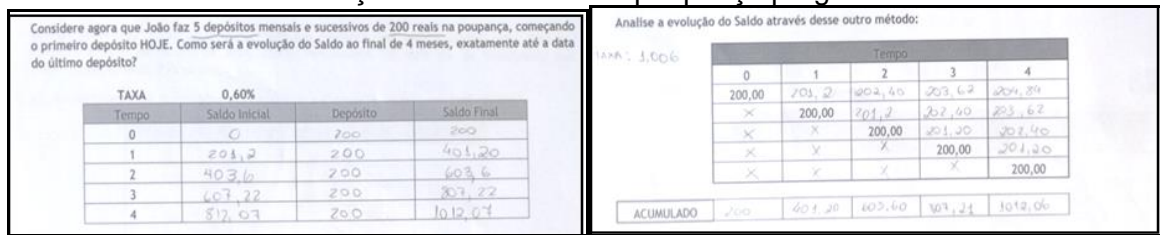
Finalmente, precisamos ainda dizer que “toda operação é realizada segundo uma lógica, e que é essencial investigar essas lógicas se queremos entender as formas de pensar de nossos alunos” (LINS & GIMENES, 1997).

Assim, considerar essas noções como objetos que podem ser constituídos pelos indivíduos tem uma implicação importante nessa pesquisa, pois reforça nossa concepção de que o conhecimento produzido depende do sujeito e que as operações realizadas entre os objetos revelam as diferentes formas de pensar dos sujeitos ao analisarem situações, principalmente as envolvendo matemática. Temos observado em nossa prática docente e de forma mais reflexiva e aprofundada em nossa pesquisa, que diferentes representações parecem contribuir para que estudantes compreendam situações e criem estratégias para analisar as situações. Mostraremos alguns exemplos que fornecem algumas evidências para o que estamos dizendo.

Na Fase I de nossa pesquisa, apresentamos uma situação financeira simples em uma tarefa cujo objetivo era analisar a evolução do saldo de uma poupança programada, com depósitos mensais de 200 reais, cuja rentabilidade era de 0,6% ao mês. Para isso sugerimos duas Representações Temporais diferentes.

A figura abaixo mostra como a aluna Dani operou o saldo final de duas maneiras diferentes. Na primeira representação, o saldo acumulado de cada mês é igual ao saldo anterior atualizado em 0,6% mais o depósito de 200 reais do mês, o que seria o pensamento mais natural, pois é assim que vemos a evolução no extrato bancário. Enquanto que na segunda representação, horizontalmente tem-se que a evolução de cada depósito mês a mês, como se fossem várias poupanças separadas, cujos saldos na data 4 foram somados, para obter o mesmo saldo final, após quatro meses, que o obtido com a outra representação.

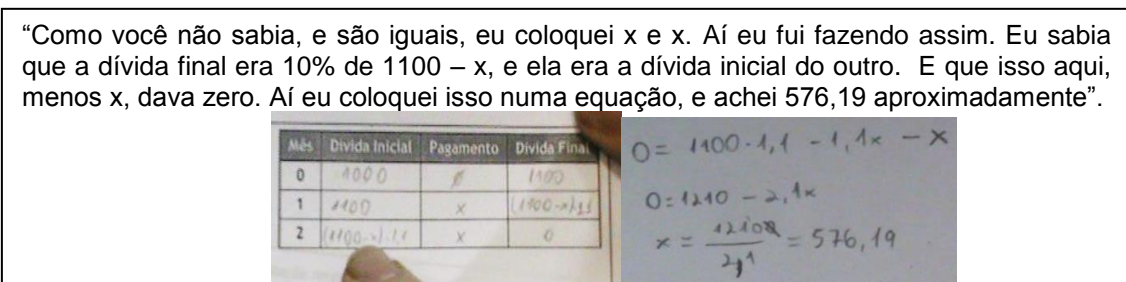
Figura 5 - Produção de significados da aluna Dani para uma tarefa envolvendo a análise da evolução do saldo de uma poupança programada



Fonte: Elaborada pelo autor

Na primeira parte da Fase III de nossa pesquisa, uma das tarefas realizadas continha uma situação financeira clássica de um financiamento em parcelas iguais para convidar os alunos a analisarem a dinâmica do funcionamento desse financiamento. Como podem as parcelas serem iguais, se a taxa de juro é constante e incide sobre o saldo devedor que varia conforme as prestações são pagas? A parte inicial apresentava um financiamento em duas e depois em três parcelas iguais. O aluno Restum apresenta a seguinte explicação.

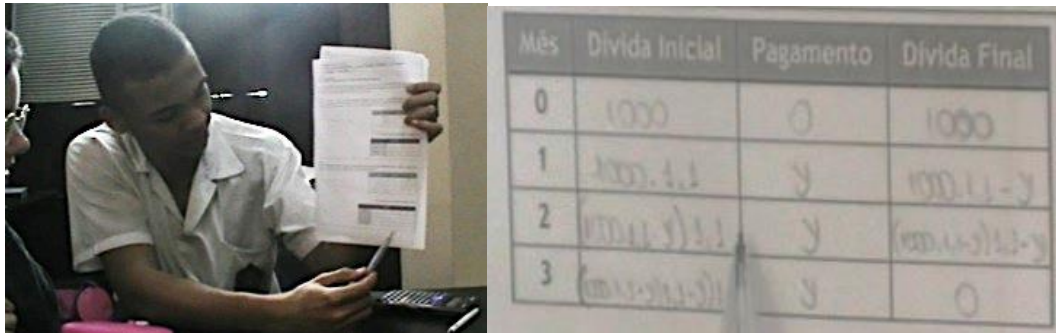
Figura 6 - Produção de significados do aluno Restum a partir das informações apresentadas e de sua representação temporal.



Fonte: Elaborada pelo autor

Operando de uma forma diferente nesse aspecto da representação temporal, o aluno Wag considera que a dívida final de um mês seria multiplicada pelo fator 1,1 para se obter a dívida inicial do mês seguinte. A figura abaixo mostra sua estratégia para o financiamento em três parcelas iguais.

Figura 7 - Produção de significados do aluno Wag para o problema do financiamento uniforme.



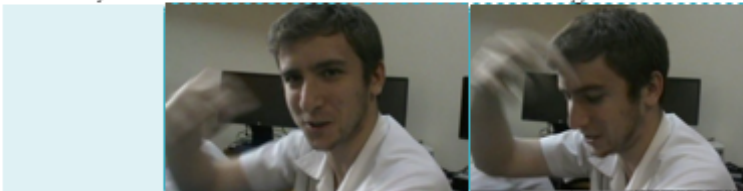
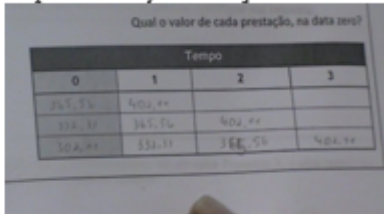
Mês	Dívida Inicial	Pagamento	Dívida Final
0	1000	0	1000
1	$1000 \cdot (1+i)$	y	$1000 \cdot (1+i) - y$
2	$(1000 \cdot (1+i)^2) - y$	y	$(1000 \cdot (1+i)^2) - 2y$
3	$(1000 \cdot (1+i)^3) - 2y$	y	0

Fonte: Fotografia retirada pelo autor

Identificamos assim que os objetos Dívida Final e Inicial foram constituídos de forma diferente por Restum e Wag, bem como apresentaram duas maneiras diferentes de operar com estes objetos, a partir de uma mesma representação temporal, chegando a um mesmo resultado para o valor da prestação. A primeira indica uma transformação do dinheiro no tempo em um movimento horizontal, considerando a dívida inicial e a dívida final em datas diferentes, com preservação do valor no movimento vertical (de um mês para o seguinte). Na segunda, a transformação se dá em um movimento vertical, em que a dívida final de um mês é multiplicada pelo fator para se obter a dívida inicial do mês seguinte, com preservação do valor no movimento horizontal e subtração do pagamento para redução do saldo devedor do mês.

Assim como Wag, Restum e outros alunos encontram o valor de 402 reais para um financiamento em 3 prestações mensais e iguais, mantidas o valor de 1000 reais e a taxa dada. O diálogo a seguir registra um outro momento do encontro.

Figura 8 - Produção de significados do aluno Restum para o valor presente da série de prestações.

00:01	Restum	Professor, eu queria saber se no mês zero, quando a gente faz as prestações voltando, se você somar todas elas vai dar o valor original. Os 1000 reais.
		
00:11	Pesq	Boa pergunta. Será que vai?
00:13	Restum	Não sei ... Eu acho que tem lógica nisso.
00:16	Pesq	Por quê?
00:18	Restum	Porque é o valor original né, faz sentido ser. Você voltou e aí deu tudo certinho. Como se pagasse tudo no
00:35	Pesq	Eu vou tentar te responder fazendo uma pergunta, eu acho que você já está em um bom e vc vai se responder melhor ainda. Quer ver? Qual o valor da prestação que você encontrou?
00:50	Restum	Eu achei 402,11. Brilhante [outro aluno] também achou.
00:55	Pesq	Ótimo. Mostra pra mim quanto você vai pagar no mês 1.
00:58	Restum	No mês 1, na tabela, eu vou pagar 402.
01:02	Pesq	O que significa esse 375,16 pra você? Mostra pra mim a folha em pé pra gente poder acompanhar melhor.
01:15	Restum	[o aluno coloca a folha em pé e começa a falar]
		
		Eu acho que o valor em potencial é 402,11.

Fonte: Elaborada pelo autor a partir de transcrição de vídeo.

Destacamos nesse diálogo alguns elementos. A representação usada para duas parcelas foi também usada para três. Pelos valores que calculou e representou na tarefa, vemos claramente como operou com o valor do dinheiro no tempo, dividindo pelo fator 1,1, para encontrar o valor da prestação no mês anterior, até obter os “valores das prestações no mês original”, ou seja, o valor de cada prestação na data zero. Reforçamos que para ele o valor da prestação no mês do vencimento (R\$ 402,11) é potencial, pois só acontece no vencimento, tendo assim o potencial de ser aquele valor caso seja pago na data de vencimento. A associação com o valor de cada prestação estava quase sempre associada à posição da parcela em sua representação temporal. O seu gesto com a mão indicando que o valor das prestações “voltando”, são semelhantes aos de Wag aponto com sua caneta o valor das prestações na data zero, reforçando que

a representação temporal fazia parte do argumento que estavam utilizando para explicar para o pesquisador e para os colegas a dinâmica dos financiamentos em parcelas iguais.

5 Considerações finais

Neste artigo apresentamos a noção de Representação Temporal – uma construção teórica de nossa pesquisa – que se configuram como representações pictóricas (gráficas, tabulares ou esquemáticas) que permitem associar as quantias às suas respectivas datas; reforçar o dinamismo do valor do dinheiro no tempo; auxiliar na análise da evolução de dívidas e/ou saldos acumulados, auxiliar na determinação do tempo de transformação de uma quantia ou de uma série de quantias.

Analisamos alguns exemplos envolvendo fases de uma pesquisa de doutorado buscando possíveis influências dessas representações temporais nas estratégias de estudantes de Ensino Médio quando analisam situações financeiras, incluindo as que culminem com a tomada de decisão, por meio de tarefas em ambientes escolares de aprendizagem.

Os resultados encontrados, fortemente sintetizados aqui nesse artigo, indicam uma série de influências na forma como os estudantes compreendem e analisam as situações, incluindo as possibilidades disso para a tomada de decisão. A utilização da representação temporal interferiu na forma como a aluna Dani constitui diferentes objetos para o saldo acumulado da poupança programada (valor futuro de uma série uniforme), em que as lógicas das operações eram diferentes. As representações, portanto, influenciaram não apenas na constituição de objetos como na lógica das operações utilizadas. No segundo exemplo, temos que o valor presente da prestação (ou valor original para Restum) estava quase sempre associada à posição da parcela em sua representação temporal. As representações sugeriam a transformação do dinheiro no tempo, o período de transformação até a data zero ou até a data 3, tanto para

Restum quanto para Wag, indicando que as diferentes produções de significados foram influenciadas, tanto no início da resolução quanto nos argumentos que validavam suas estratégias e respostas encontradas.

Partir do conceito de representações temporais em pesquisas futuras, pode reforçar e consolidar a importância dessa perspectiva para a compreensão das diferentes formas de pensar dos estudantes quando analisam as mais variadas situações financeiras envolvendo a transformação do valor do dinheiro no tempo, e os desdobramentos e interações desse pensar com conhecimentos não matemáticos produzidos a partir dessa análise.

Além disso, tais representações podem ampliar as conexões entre os diferentes modos de olhar da Educação Matemática, bem como para contribuir com um ensino de matemática financeira, e de uma maneira geral, em uma educação financeira que acontece por meio do professor de matemática que atua na educação básica.

Referências

APREA, C; WUTTKE, E; BREUER, K; KOH, NOI KENG; DAVIES, P.; LOPUS, J.S. International Handbook of Financial Literacy. Springer. 2016

ARKELOF, G.A.; SHILLER, R. J.; Pescando Tolos: A economia da manipulação e fraude. Rio de Janeiro: Alta Books, 2016.

BAUMAN. Z. **A riqueza de poucos beneficia todos nós?** Tradução Renato Aguiar. 1.ed – Rio de Janeiro: Zahar, 2015.

BNDES. A Economia brasileira: conquistas dos últimos 10 anos. 2012. Disponível em: http://www.bndes.gov.br/SiteBNDES/export/sites/default/bndes_pt/Galerias/Arquivos/conhecimento/livro60anos_perspectivas_setoriais/Setorial60anos_VOL1EconomiaBrasileira.pdf. Acesso em: 28 set. 2015

BRASIL. Secretaria do Ensino Médio. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Secretaria do Ensino Médio – Brasília: MEC/SEM, 1998.

BRASIL. Estratégia Nacional de Educação Financeira – Plano Diretor da ENEF, 2011. Disponível em: <http://www.vidaedinheiro.gov.br/legislação/Default.aspx>. Acesso em: 01 Out. 2015

BRASIL. **Programa de Educação Financeira nas Escolas**. 2014. Disponível em: <http://www.edufinanceiranaescola.gov.br>, 2014. Acesso em: 01 Out. 2015

BRITO, R.R. **Educação Financeira**: uma pesquisa documental crítica. 2012. 260.f Dissertação de Mestrado, Instituto de Matemática - Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), Juiz de Fora, Brasil. 2012.

COSER Filho, M.S. **Aprendizagem de Matemática Financeira no Ensino Médio**: uma proposta de trabalho a partir de planilhas eletrônicas. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre, 2008.

CAMPOS, A. B. Investigando como a Educação Financeira Crítica pode contribuir para tomada de decisões de consumo de jovens indivíduos-consumidores. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), Juiz de Fora, 2013.

DANTE, L.R. **Matemática**: Contexto e Aplicações. Volume 3: Ensino Médio. São Paulo: Ática, 2015.

GIANNETTI, E. **O valor do amanhã**: ensaio sobre a natureza dos juros. São Paulo, SP: Companhia das Letras, 2005.

IEZZI, G. et al. **Matemática**: ciência e aplicações. Volume 3: Ensino Médio. 7 ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

LEITÃO, M. **Saga Brasileira**: A longa luta de um povo por sua moeda. 3 ed. Rio de Janeiro: Record, 2013.

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M.A.V.; (org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora da UNESP, 1999. 75-94.

LINS, R.C.; GIMENES, J. **Perspectivas em Arimética e Álgebra para o século XXI**. Campinas, SP: Papirus. 1997.

LUSARDI, A; MITCHELL, O. S & CURTO, V.(2010). Financial Literacy among the Young: Evidence and Implications for Consumer Policy. **Journal of Consumer Affairs**, vol. 44(2), 358 – 380, Jun. 2010. Disponível em <http://www.nber.org/papers/w15352>. Acesso em 01 jul. 2014.

MORGADO, A.C.O.; WAGNER, E. ZANI, S.C. **Progressões e Matemática Financeira**. Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: IMPA, 2001.

MUNIZ, I.Jr. **Econs ou Humanos? Um estudo sobre a tomada de decisão em ambientes de educação financeira escolar**. Tese de Doutorado, COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil. 2016a

MUNIZ, I. Jr; **Educação Financeira e a sala de aula de matemática: conexões entre a pesquisa acadêmica e a prática docente**. In: XII Encontro Nacional de Educação

Matemática. 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo, Brasil: XII ENEM, 2016b. p. 1-12. ISSN 2178-034X.

MUNIZ, I., Jurkiewicz, S. Uma leitura sobre a produção de conhecimentos matemáticos e financeiros por alunos do Ensino Médio no processo de tomada de decisão entre comprar ou alugar um imóvel. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, v. 66, 110-125, Jul. 2015a.

MUNIZ, I., Jurkiewicz, S. Produção e articulação de conhecimentos matemáticos e financeiros por alunos do Ensino Médio: a dinâmica de uma poupança programada. In: 4º SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 2015, Ilhéus. **Anais do ...**, Ilhéus, Brasil, 2015b. p. 1-12

MUNIZ, I. Jr; JURKIEWICZ, S. Educação Econômico-Financeira: uma nova perspectiva para o Ensino Médio. In: VII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACION MATEMATICA, 12., 2013. Montevideo. **Actas del VII CIBEM**, Montevideo, Uruguai: p. 3125-3135.

NASSER, L (Coord.). Matemática Financeira: uma abordagem visual. Rio de Janeiro: Projeto Fundação – UFRJ, 2010.

NERI. M. C. **A nova classe média**: o lado brilhante dos pobres/Marcelo Neri (Coord.). Rio de Janeiro: FGV/CPS, 2010.

NOVAES, R.C.N. Uma abordagem Visual para ensino de Matemática Financeira no Ensino Médio. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil. 2009.

OECD. **Improving financial literacy**: Analysis of issues and policies. OECD. 2005. Disponível em <http://www.browse.oecdbookshop.org/oecd/pdfs/product/2105101e.pdf>. Acesso em 10 Jul. 2014.

PATEL, R. O valor de nada. Porque tudo custo mais caro do que pensamos. Rio de Janeiro: Zahar. 2010.

PICKETTY, T. **O capital no século XXI**. Rio de Janeiro: Intrínseca, 2014.

PUCCINI, A.L. **Matemática Financeira**: Objetiva e Aplicada. 9ª ed. São Paulo: Elsevier, 2011.

SAITO, A. T. **Uma contribuição ao desenvolvimento da educação financeira no Brasil**. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Economia e Administração. Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil.2008.

SILVA, A. M. **Sobre a Dinâmica da Produção de Significados para a Matemática**. Tese de Doutorado, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, Brasil. 2003.

SILVA, A., KISTEMANN JR, M.A.; VITAL, M. Um estudo sobre a inserção da educação financeira como tema curricular nas escolas públicas brasileiras. In XXV SEMINÁRIO DE

INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 25., 2014, Braga. **Actas ...** Braga, Portugal, 2014. p. 35-46.

ROCHA, A.; SILVA, J.F. **Consumo na base da pirâmide**: estudos brasileiros. Rio de Janeiro: Mauad X, 2009.

ROLIM, M.R.L.B & MOTTA, M.S. O estado da arte das pesquisas em matemática financeira nos programas de mestrado e doutorado da área de ensino da Capes. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.16, n.2, p. 537-556, Mai. 2014.