




## Relato de experiência

**Produtos educacionais para a resolução do problema dos 21 vasos de Malba Tahan****Learning products to solve the problem of the 21 vases of Malba Tahan****Productos de aprendizaje para resolver el problema de los 21 jarrones de Malba Tahan**Ana Karen Gonçalves<sup>1</sup> [0000-0001-7419-634X]Vanessa Lucena Camargo de Almeida Klaus<sup>2</sup> [0000-0001-8457-2871]Clodis Boscarioli<sup>3</sup> [0000-0002-7110-2026]**Resumo**

Apresenta-se neste relato de experiência quatro produtos educacionais desenvolvidos para o ensino de Matemática em atividades interdisciplinares com a literatura, com práticas baseadas na estratégia pedagógica da Resolução de Problemas, a partir de um conto do livro de Malba Tahan, “O homem que calculava”, mais especificamente, o problema dos “21 vasos”. Os produtos têm por finalidade auxiliar discentes na resolução de problemas e no desenvolvimento do raciocínio lógico e matemático, tal que a busca por uma solução pode se dar por um material manipulativo feito com um conjunto de 21 tubos de acrílico com tampa e líquido com corante vermelho, sobre uma estrutura de madeira ou em objetos de aprendizagem desenvolvidos e disponibilizados de forma gratuita no *Scratch*. Os resultados dessas criações evidenciam diferentes maneiras de representar um mesmo problema, podendo abranger diferentes entendimentos por parte dos discentes. Cita-se a replicabilidade de um material manipulativo e o reuso dos objetos criados no *Scratch*, que podem ser ajustados com o compartilhamento de seus *links* frente às necessidades educacionais, a exemplo da incorporação de um comando de voz, de música, de cores, dentre outros elementos. Licenciandos em Matemática e um grupo de professores em formação continuada experienciaram o uso dos produtos educacionais e indicaram serem potencialmente articuladores no ensino e aprendizagem da Matemática pela literatura, sendo viáveis de aplicação na Educação Básica.

**Palavras-chave:** Ensino de Matemática. Produto educacional. Objetos de aprendizagem. Resolução de problemas.

**Abstract**

This experience report presents four pedagogical products developed for teaching mathematics in the context of interdisciplinary activities with literature, with practices based on the pedagogical strategy of problem solving, based on a tail from the book “The Man Who Calculated” by Malba Tahan, more specifically, the problem of the “21 vases”. The products are designed to help students solve problems and develop logical and mathematical thinking. The search for a solution can be done using a manipulative material consisting of a set of 21 acrylic tubes with lids and a liquid with red dye on a

<sup>1</sup> [anakarengoncalves12@gmail.com](mailto:anakarengoncalves12@gmail.com), especialista, estudante, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel/Paraná/Brasil.

<sup>2</sup> [vanessa\\_matematica@yahoo.com.br](mailto:vanessa_matematica@yahoo.com.br), doutora, professora, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Foz do Iguaçu/Paraná/Brasil.

<sup>3</sup> [boscarioli@gmail.com](mailto:boscarioli@gmail.com), doutor, professor, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel/Paraná/Brasil.

wooden structure or on learning objects developed in Scratch and made available free of charge. The results of these creations show different ways of representing the same problem, which can lead to different levels of understanding on the part of the students. Attention is drawn to the replicability of manipulative material and the reuse of objects created in Scratch, which can be adapted to educational needs by sharing their links, such as incorporating a voice command, music, colors, and other elements. Mathematics graduates and a group of teachers undergoing further training have tried out the use of learning products and indicated that they can potentially articulate the teaching and learning of mathematics using literature and are suitable for use in basic education.

**Keywords:** Teaching mathematics. Educational product. Learning objects. Problem solving.

### Resumen

Este relato de experiencia presenta cuatro productos pedagógicos desarrollados para la enseñanza de las matemáticas en el contexto de actividades interdisciplinarias con la literatura, con prácticas basadas en la estrategia pedagógica de resolución de problemas, a partir de una cola del libro “El hombre que calculaba” de Malba Tahan, más específicamente, el problema de los “21 jarrones”. Los productos están diseñados para ayudar a los estudiantes a resolver problemas y desarrollar el pensamiento lógico y matemático. La búsqueda de una solución se puede realizar a través de un material manipulativo compuesto por un conjunto de 21 tubos acrílicos con tapa y un líquido con tinte rojo sobre una estructura de madera o sobre objetos de aprendizaje desarrollados en Scratch y puestos a disposición de forma gratuita. Los resultados de estas creaciones muestran diferentes formas de representar un mismo problema, lo que puede llevar a diferentes niveles de comprensión por parte de los estudiantes. Se llama la atención sobre la replicabilidad del material manipulativo y la reutilización de objetos creados en Scratch, que pueden adaptarse a las necesidades educativas compartiendo sus vínculos, como incorporar un comando de voz, música, colores y otros elementos. Graduados en matemáticas y un grupo de profesores en formación han probado el uso de productos de aprendizaje e indicaron que potencialmente pueden articular la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas utilizando la literatura y que son adecuados para su uso en la educación básica.

**Palabras clave:** Enseñanza de las matemáticas. Producto educativo. Objetos de aprendizaje. Resolución de problemas.

### 1 Introdução

Professores que ensinam matemática têm buscado por alternativas pedagógicas e de recursos didáticos que possam ser integrados às suas próprias práticas contribuindo para o processo de ensino e aprendizagem e ainda, na intencionalidade de superar preconceitos históricos de que esta disciplina é difícil e para poucos. Dentre as diversas opções, Almeida (2018) destaca algumas tendências em Educação Matemática como a Modelagem Matemática, a Etnomatemática, a Resolução de Problemas, as Tecnologias de Informação e Comunicação, os Jogos e Materiais Manipulativos e a História da Matemática, que podem ser implementadas para tais propósitos, individualmente ou combinadas, a depender da metodologia escolhida pelo docente.

Neste relato de experiência, apresenta-se, tendo por condutora das práticas a Resolução de Problemas, quatro produtos educacionais desenvolvidos para o ensino de Matemática em atividades interdisciplinares com a Literatura. Baseados em um conto do livro de Malba Tahan, “O homem que calculava”, mais especificamente, no problema intitulado “21 vasos”, os produtos, aqui têm por finalidade auxiliar discentes na resolução de problemas e desenvolvimento do raciocínio lógico e matemático e serão aqui identificados como P1, um

material manipulativo, e P2, P3 e P4, três projetos, assumidos como objetos de aprendizagem (OA), desenvolvidos no software *Scratch* intitulados “Problema 21 vasos\_v02”, “Problema 21 vasos” e “Problema 21 vasos\_v04”, respectivamente.

A Resolução de Problemas, como apontam Onuchic e Allevato (2011), é uma estratégia pedagógica, que dentre a dinâmica do trabalho docente articulado ao ensino-aprendizagem-avaliação, “[...] o problema é ponto de partida e, na sala de aula, através da resolução de problemas (ato de resolver), os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos” (p. 81). Nessa concepção, o aprendiz, enquanto o docente oportuniza aprendizagem, ele se coloca a refletir sobre o seu agir no processo de resolver e obter alguma solução, visando construção de conhecimentos e “[...] o professor avalia o que está ocorrendo e os resultados do processo, com vistas a reorientar as práticas de sala de aula, quando necessário” (Onuchic; Allevato, 2011, p. 81). Para articular a Resolução de problemas à prática docente, recomenda-se, mas não somente, as leituras de Onuchic e Allevato (2011) e Meneghelli *et al.* (2018), em que se apresenta, sem qualquer inflexibilidade de trabalho, um roteiro de ações que podem ajudar no emprego de sua metodologia.

Já os OA podem ser compreendidos como recursos, “[...] na maioria dos casos, digitais, que podem ser utilizados e reutilizados ou combinados a outros objetos para formar um ambiente de aprendizagem agradável, rico e flexível” (Antonio Junior, 2016). Klaus (2022) complementa que os OA servem de “auxílio no processo de ensinar e aprender de professores e estudantes [...] e possibilita, em contextos variados de educação, as suas implementações, adaptações e criações” (p. 22).

O problema dos “21 vasos” foi escrito por Júlio César de Mello e Souza, vulgo Malba Tahan, um dos mais importantes influenciadores do movimento da Educação Matemática brasileira (Souza; Moreira, 2018, p. 296). Segundo Lorenzato (1995, p. 96), sua produção foi intensa, e em seus 50 anos de atividade publicou 120 livros, dos quais 51 referentes à Matemática e, dentre as obras o maior sucesso de vendas, sem dúvidas, continua com “O Homem que calculava”, atualmente traduzido para o espanhol, inglês, alemão, italiano e esloveno.

Em “O Homem que calculava”, Malba Tahan leva o leitor às aventuras matemáticas de um calculista persa chamado Beremiz Samir por Bagdá. Ao longo do livro e das viagens, Beremiz aplica a Matemática de modo extraordinário na resolução de diversos problemas, instigando o leitor a participar destas soluções. Dentre os problemas para os quais o calculista foi desafiado, está o dos “21 vasos” descrito como:

Disse o xeique, apontando para os três muçulmanos:

— Aqui estão, ó Calculista, os três amigos. São criadores de carneiros em Damasco.

Enfrentam agora um dos problemas mais curiosos que tenho visto. E esse problema é o seguinte:

— Como pagamento de pequeno lote de carneiros, receberam aqui, em Bagdá, uma partida de vinho, muito fino, composta de 21 vasos iguais, sendo:  
7 cheios  
7 meio cheios e  
7 vazios.

Querem, agora, dividir os 21 vasos de modo que cada um deles receba o mesmo número de vasos e a mesma porção de vinho.

Repartir os vasos é fácil. Cada um dos sócios deve ficar com sete vasos. A dificuldade, a meu ver, está em repartir o vinho sem abrir os vasos, isto é, conservando-os exatamente como estão. Será possível, ó Calculista, obter uma solução para este problema? (Tahan, 2010)

Assim sendo, de maneira a auxiliar o aluno a resolver esse problema e desenvolver o raciocínio matemático necessário para tal, descreve-se na próxima seção os produtos educacionais que foram planejados e criados.

## 2 Descrição/metodologia

Para a elaboração de objetos de aprendizagem para a resolução do problema dos “21 vasos”, considerou-se os seguintes elementos: público participante discentes do Ensino Fundamental; um trabalho de ensino envolvendo o raciocínio sobre a divisão das unidades de vasos e as quantidades de vinho; um grupo de docentes de uma universidade pública, em formação inicial (licenciandos de Matemática) e continuada (pós-graduandos), para experienciar e avaliar acerca das criações.

Visando uma diversificação na representatividade e simulação do referido problema, criou-se o primeiro produto educacional denominado P1, estruturado com madeira, pequenos vidros plásticos com tampas (representando os vasos ou garrafas) e água com corante vermelho (para simular o vinho) apresentado na Figura 1. Como no problema, sete vidros cheios, sete meio cheios e sete vazios.

A ideia envolvida na manipulação do objeto está em mobilizar o discente a separar em quantidades iguais o número de garrafas e quantidade de líquido, sem abrir as embalagens. Nesta estrutura feita em madeira, os vidros podem ser retirados, manipulados e organizados pelos educandos enquanto discutem sobre o problema na busca por sua solução.

Figura 1 – Produto Educacional P1

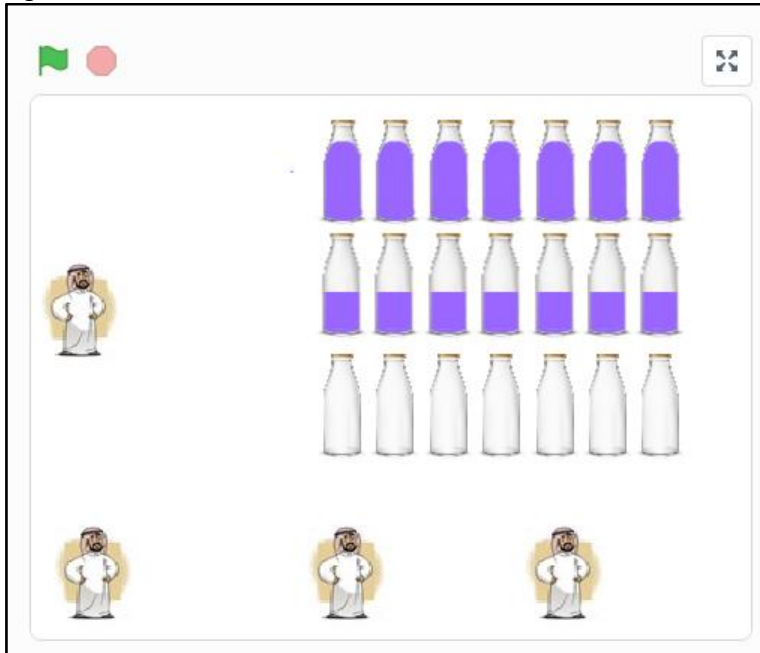


Fonte: Acervo pessoal dos autores (2023).

Outros produtos educacionais trazidos para a simulação da resolução do problema dos “21 vasos” foram criados e disponibilizados no repositório *online* do *Scratch*, um *software* gratuito desenvolvido pelo *Massachusetts Institute of Technology* (MIT). Uma característica importante deste repositório, é que nele é possível compartilhar os objetos desenvolvidos, ou seja, os usuários os criam e deixam disponíveis para que outros usuários os utilizem integralmente ou com as alterações que acharem necessário, que é o caso dos OA mostrados a seguir, os quais poderão ser experienciados, retomados e partilhados por meio de seus *links*.

Como primeira opção de representação digital, apresenta-se P2, o OA *Scratch* “Problema 21 vasos\_v02” (Figura 2). Este objeto apresenta o problema e as opções de resolução. Desta forma, é um objeto que pode ser utilizado pelo docente em situações em que queira apresentar o resultado e não deixar que o aluno busque resolver e identificar a solução.

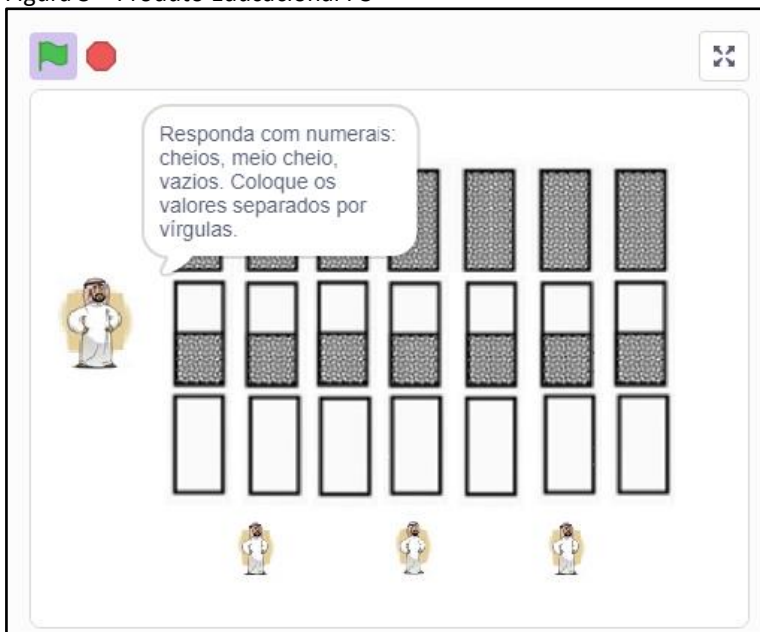
Figura 2 – Produto Educacional P2



Fonte: Elaborada pelos autores a partir do *Scratch*. Disponível em: <https://scratch.mit.edu/projects/684941336/>. Acesso em 21 ago. 2023.

Com a utilização de recursos audiovisuais e de iteração, tem-se em P3 o OA intitulado “Problema 21 vasos” (Figura 3) que apresenta a descrição do problema dos “21 vasos” e convida o discente a solucioná-lo.

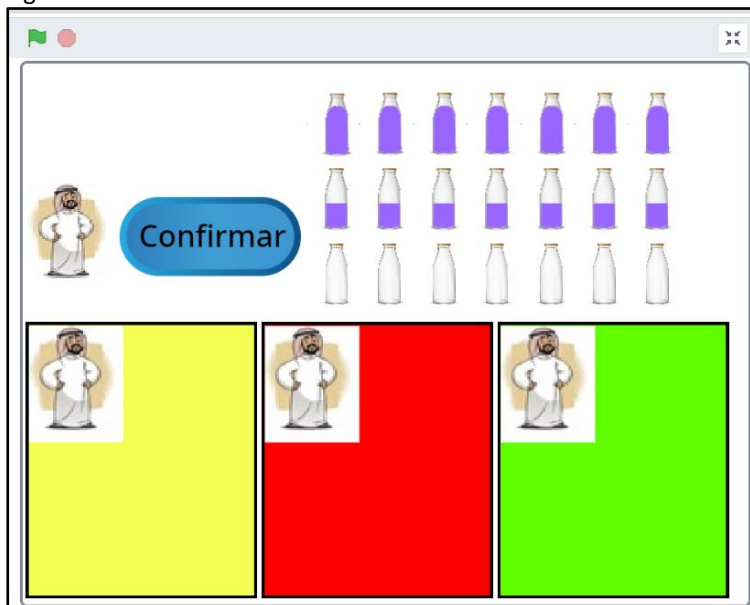
Figura 3 – Produto Educacional P3



Fonte: Elaborada pelos autores a partir do *Scratch*. Disponível em: <https://scratch.mit.edu/projects/672277104/>. Acesso em 21 ago. 2023.

Finalmente, como mais uma opção para a representação do problema dos “21 vasos”, tem-se P4, o OA *Scratch* “Problema 21 vasos\_v04” (Figura 4). Nele, o discente tem maior autonomia na manipulação dos itens que o incorporam, podendo arrastá-los para simular a divisão de garrafas até a solução do problema.

Figura 4 – Produto Educacional P4



Fonte: Elaborada pelos autores a partir do *Scratch*. Disponível em: <https://scratch.mit.edu/projects/684942271/>. Acesso em 21 ago. 2023.

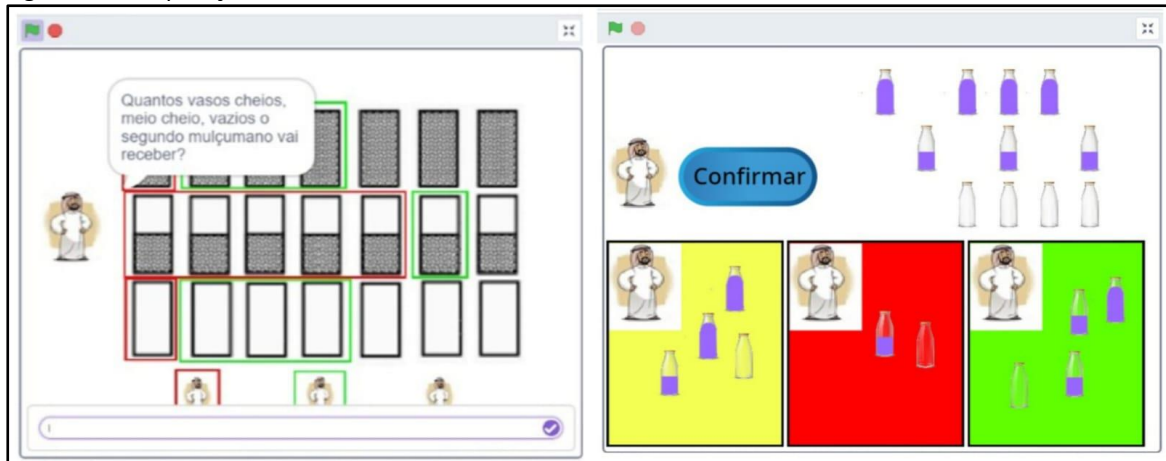
Considerou-se desenvolver quatro formas de representações do mesmo problema, multimodos de percepção, abstração e manipulação, oportunizando práticas diferentes aos discentes para pensar em solução, possibilitando, ainda, alternativas pedagógicas inclusivas. A natureza multimodal das estratégias utilizadas engloba a representação do problema por meio de uma variedade de estímulos sensoriais, como cores, sons, movimentos, formatos, pesos e texturas, destinados a impactar distintos canais sensoriais, como a pele, audição e visão (Fernandes; Healy, 2015). Neves e Santos (2002, p. 6), apontam a frequência da multimodalidade na Educação Matemática, “na combinação de gráficos, linguagem verbal, representação numérica, representação tabular e representação algébrica (ou simbolismo matemático)”. Neste sentido, apresentar diferentes objetos de aprendizagem para o mesmo problema possibilita ao professor recursos para diversificar sua prática, no sentido de oportunizar os diferentes estilos de aprendizagem de seus alunos.

No caso de P1, seu diferencial está em apresentar um material manipulativo, que, ao manusear as garrafas, os discentes podem vivenciar o contexto da história descrita no problema, isto é, realizar de forma justa a partilha dos 21 vasos e o cálculo do vinho ocupado dentro dos frascos desafiado pelo personagem, o calculista Beremiz. Manualmente ou visualmente, os alunos identificam as unidades de garrafas e podem constatar a quantidade de líquido em cada uma pela sua quantidade, cor (em função do corante) ou ainda, em função do seu peso.

Já em P2, o seu sistema permite visualizar os resultados verificando as possibilidades da partilha. Neste caso, o material é apenas de caráter representativo ao discente. Em P3 e

P4, o aluno além de ter contato com o problema em um formato lúdico, interage com o OA de forma a compor as ideias ligadas a partilha e o cálculo do vinho ocupado dentro de um frasco, testando possibilidades de respostas e registrando-as de maneira distintas também em uma perspectiva multimodal. No primeiro produto, o discente responde à pergunta do calculista registrando numa escrita numérica, por exemplo, 3, 1, 3 (3 vasos cheios, 1 meio cheio, 3 vazios). No segundo, ele apresenta uma solução pelo mecanismo de agrupamento com o arraste das figuras das garrafas até as caixas de cada muçulmano, como mostrado na Figura 5.

Figura 5 – Comparação entre P3 e P4



Fonte: Elaborada pelos autores a partir do *Scratch*.

Salienta-se, a partir Koehler e Mishra (2006), de que não existe uma solução tecnológica única que se aplique a todas as visões de ensino, acreditamos que esta variedade na representatividade de um mesmo tema pode contribuir para a prática docente em termos de possibilidades e escolhas que cada professor pode ter acerca de tarefas a serem trabalhadas mediante às necessidades educacionais de seus aprendizes. É a pessoa docente que conhece sua turma e o conteúdo a ser trabalhado, então, é ela que saberá como conduzir o processo de ensino, e neste decidir, mas não se fechar na decisão, sobre qual produto educacional incluir em seu planejamento para melhor atender e acolher seus aprendizes nos processos de aprendizagem.

### 3 Aplicação/resultados

Os produtos educacionais foram experienciados por professores em formação continuada, no caso, pertencentes ao Grupo de Pesquisa em Tecnologia, Inovação e Ensino (GTIE), e por licenciandos em Matemática da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, campus de Foz do Iguaçu, do 1º ano letivo, (Figura 6), visando contribuições acerca de estratégias de ensino de Matemática, de maneira a simular e testar as opções de resultados descritos na seção anterior, validando os produtos educacionais produzidos. Em função de serem docentes atuantes ou em formação inicial, seus interesses foram os de vislumbrar a utilização e a replicabilidade em suas próprias práticas docentes.

Nas experiências foram apresentadas práticas onde, após discorrer o conto dos “21 vasos” aos participantes, o desafio lançado era o de encontrar sua solução. Para eles entregou-se unidades completas de P1 e, em grupos organizados por eles próprios, as ações foram na

direção de debater e buscar pela solução utilizando o material, movimentando os tubos preenchidos por líquidos na estrutura de madeira. Quando uma solução fosse obtida pelos participantes, entrava em cena os objetos P3 e P4, os quais tinham como uma finalidade apresentar maneiras de verificar a resposta encontrada. Acerca da solução do problema, salienta-se haver duas possíveis soluções sendo elas:

- primeira: um muçulmano recebe 3 vasos cheios, 1 meio cheio e 3 vazios; os outros dois recebem 2 vasos cheios, 3 meios cheios e 2 vazios e a
- segunda: um muçulmano recebe 1 vaso cheio, 5 meio cheios e 1 vazio; os outros dois recebem 3 vasos cheios, 1 meio cheio e 3 vazios.

Figura 6 – Grupo de estudo e Pesquisa GTIE e licenciandos em Matemática manuseando o Produto Educacional P1



Fonte: Acervo pessoal dos autores (2023).

Nesta atividade, os discentes, de forma prática e empírica, puderam com os objetos de conhecimento de diferentes campos da Matemática como Aritmética e Álgebra, trabalhar as operações matemáticas e o raciocínio lógico para a resolução do problema. Mesmo os que foram testando as possíveis soluções aleatoriamente, questionaram-se em seus grupos qual seriam as quantidades finais de garrafas e vinho para cada homem. Partindo destas perguntas, operações como  $21/3$  e  $1x7+0,5x7+0x7$  foram necessárias para alcançar tais respostas. Apesar de não ser trabalhado com essas turmas, de acordo com ano letivo dos alunos pode-se incluir o estudo de sistemas de equações como a solução apresentada por Melo (2022, p. 23) e aqui podendo ser visualizada na Figura 7.

Enquanto trabalhavam, os participantes eram incentivados a conhecer uma das obras de Malba Tahan, o livro “O homem que calculava”, bem como suas demais produções, compreendendo a relevância de sua existência para a Educação Matemática e o *site* oficial de sua família e admiradores (Tahan, 2017) onde são disponibilizadas informações sobre sua vida e criações.

Observou-se que os produtos educacionais podem auxiliar os participantes no raciocínio para solucionar o problema dos “21 vasos” seja manuseando garrafas ou simulando em um produto digital. Essas diferentes formas de representatividade de um mesmo problema podem abranger diferentes formas de entendimento por parte dos discentes.

Essa diversidade de formatos foi notada e elogiada pelos participantes. Sobre a interação com os OA, analisaram seus mecanismos de funcionamento como possibilidade de



uso em planejamentos didáticos, vislumbrando o repositório do *Scratch* e as construções como criativas e potenciais em um trabalho futuro com assuntos disciplinares. Os participantes notaram ainda diferenças além da arte produzida, que é visível, elogiando sua criação, mas referindo-se ainda na variedade de possibilidades de manipular (movimentar e arrastar) elementos, como no manuseio de um material manipulativo.

Figura 7 – Solução algébrica para o problema dos “21 vasos”

**Outra solução:** A quantidade de vasos que cada um deve receber está clara, 7 vasos cada um, a quantidade de vinho deve ser de 3,5 porções, mas como podemos obter esta quantidade de vasos e porções de vinho, sem mexer no conteúdo dos vasos? Se chamarmos a quantidade de vinho do vaso cheio de  $x$ , do meio-cheio de  $y$ , e do vazio de  $z$ , temos:

$$\begin{cases} ax + by + cz = 3,5 \\ dx + ey + fz = 3,5 \\ gx + hy + iz = 3,5 \end{cases}$$

Sabendo que  $z=0$ , podemos atribuir valores para  $c$ ,  $f$  e  $i$ , de modo que:

$$c + f + i = 7$$

Conforme atribuímos estes valores, o sistema acima representado mudará, mostrando as várias soluções que podem existir acerca deste problema.

Ex. Se adotarmos  $c = 3$ , então  $f = i = 2$  e uma vez que temos também este outro sistema:

$$\begin{cases} a + b + c = 7 \\ d + e + f = 7 \\ g + h + i = 7 \end{cases}$$

Desta forma,  $a + b = 4$ ,  $d + e = 5$  e  $g + h = 5$ . Sabendo também que  $x = 2y$ , então:

$$\begin{cases} (4 - b) * (2y) + by = 3,5 \\ (5 - e) * (2y) + ey = 3,5 \\ (5 - h) * (2y) + hy = 3,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (8 - b) * y = 3,5 \\ (10 - e) * y = 3,5 \\ (10 - h) * y = 3,5 \end{cases}$$

Neste caso podemos concluir que  $e = h$ , logo teremos  $d = g$ .

Se atribuímos para vaso meio-cheio 0,5, teremos  $y = 0,5$ ,

$$\begin{cases} -b = 7 - 8 \Rightarrow b = 1 \\ -e = 7 - 10 \Rightarrow e = 3 \end{cases}$$

Se  $b = 1$ , então  $a = 3$ , e se  $e = 3$ , então  $h = 3$ , e  $d = g = 2$ .

Sabendo que cada equação do sistema equivale ao que cada sócio, respectivamente, deve receber de vinhos, a equação  $ax + by + cz = 3,5$ , assumindo  $3x + y + 3z = 3,5$  mostra que o primeiro sócio deve receber 3 vasos cheios, 1 pela metade e 3 vasos vazios, o que equivale a sete vasos com um total de 3,5 porções de vinho. As equações  $dx + ey + fz = 3,5$  e  $gx + hy + iz = 3,5$ , assumindo

as duas  $2x + 3y + 2z = 3,5$  mostram que o segundo e o terceiro sócios devem receber 2 vasos cheios, 3 pela metade e 2 vasos vazios, equivalendo da mesma maneira a um total de 7 vasos com 3,5 porções de vinho cada um.

Além desse problema, podemos montar outros problemas deste tipo que podem facilmente ser resolvidos em classe:

- Dividir 24 vasos por três pessoas, sendo 5 cheios, 8 vazios e 11 meio-cheios.

- Um mercador tem um vaso com 24 litros de vinho. Quer repartir esse vinho por três sócios, em três partes iguais, com 8 litros cada uma. O mercador só dispõe de três vasilhas vazias cujas capacidades são, respectivamente: 13 litros, 11 litros e 5 litros. Usando essas três vasilhas, como poderá dividir o vinho em 3 porções de 8 litros cada uma?

Fonte: Melo (2022, p. 23).

Com exceção de P2, que apresenta o resultado sem a análise do usuário, os demais produtos educacionais aqui apresentados podem ser envolvidos de forma opcional em uma aula gamificada, deixando um tempo para os alunos analisarem o problema, trocarem informações e utilizarem os produtos educacionais para simulação buscando solucionar o desafio. Esta interação entre os discentes e deles com os recursos só têm a contribuir para o aprendizado. Pode-se então propor um prêmio de incentivo como bombons ou outro item

simbólico e motivacional para os grupos que encontrarem a solução para o problema, ou para os primeiros a alcançá-la.

#### 4 Possibilidade de integração dos produtos educacionais à uma aula de Matemática

Apresentamos uma possibilidade de percurso metodológico para uma aula de Matemática no oitavo ano do Ensino Fundamental para o atendimento da habilidade “(EF08MA08) Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso” (Brasil, 2017, p. 313).

Como objetivo geral para esta aula, foi estabelecido reconhecer e abstrair dados em um problema cotidiano e elaborar possíveis soluções, a partir dos seguintes recursos didáticos: computadores, *tablets* ou celulares; com acesso à Internet; lousa física e canetões ou giz (de acordo com o tipo de lousa), livro “O homem que calculava” e os quatro produtos educacionais P1, P2, P3 e P4. O tempo previsto para a aula é de 1h30.

O percurso metodológico, orientado pela estratégia pedagógica da Resolução de Problemas, inicia-se com a apresentação do livro “O homem que calculava” e de seu autor, Malba Tahan. É importante apresentar a obra, deixar os alunos observarem seu formato, bem como destacar dados sobre o autor como a sua nacionalidade e visão sobre a forma de ensinar Matemática. Na sequência, entregar o problema dos “21 vasos” impresso para que os alunos possam acompanhar a leitura do desafio a ser resolvido.

Após, entregar unidades do produto educacional P1, de forma individual ou em grupos, de acordo com o tamanho da turma e a quantidade de materiais. Solicitar que analisem e busquem uma solução para o problema. À medida que, cada grupo apresentar uma solução, solicitar que utilizem o material manipulativo P3 ou P4 (pode indicar os dois OA para que os alunos escolham usar um ou os dois) e testem sua solução. Caso esteja correta, desafiar os a encontrar uma segunda opção de resposta, deixando-os livre para utilizar P1, P3 e P4. Esta variedade e liberdade de escolha, dá autonomia ao discente em optar pelo formato que mais lhe agrada e/ou promove o seu próprio aprendizado.

Sugere-se ao docente de Matemática, que no decorrer da implementação dos produtos, dialogue problematizando, de maneira constante, com os discentes acerca dos percursos de resolução que estão pensando e praticando, como nas técnicas e procedimentos matemáticos utilizados, bem como, reflita com eles sobre as práticas incorporadas para aproximação de um conceito ou conteúdo para aprendizagem (a formalização de ideias ligada à Matemática) (Onuchic; Allevato, 2011).

O professor pode incluir perguntas como “qual a quantidade total de vasos?”, “qual a quantidade de vinho?”, “Os produtos de aprendizagem auxiliaram na busca de solução(ões)?” “Como chegaram em determinada solução com os produtos?” “Que operações realizou e como foi feito para identificar a quantidade de vasos e vinho para cada muçulmano?”, “Será que há uma ou mais maneiras de se resolver o problema?” dentre outras. Nesta conversa, pode-se introduzir, a partir de cálculos não formais e esquemas visuais (quadros, tabelas ou outro) que podem ser apresentados pelos aprendizes, um trabalho, por exemplo, para associar um estudo de equações do 1º grau e sistemas de equações, de acordo com o entendimento dos alunos, e explorar toda a solução como apresentada na Figura 7, refletindo elementos e propriedades, ou ainda, deixar, a depender da intencionalidade pedagógica, no caso a de instigar docentes em formação inicial ou continuada, como um desafio de identificar que conteúdo(s) de Matemática poderia ser articulado(s) a resolução desse problema.

## 5 Considerações finais

Neste artigo, apresentou-se quatro produtos educacionais desenvolvidos para o ensino de Matemática em atividades interdisciplinares com a Literatura em práticas baseadas no livro de Malba Tahan, “O homem que calculava”, mais especificamente, no problema intitulado “21 vasos”. Buscando opções de manuseio, simulação e representação do problema para a sua resolução, foram apresentados um produto educacional desenvolvido com materiais manipulativos e outros três em ambiente *Scratch*.

O produto educacional P1 pode ser replicado com a utilização de vinte e um vidros idênticos com tampa (os utilizados foram comprados em loja de festas). O líquido para simular o vinho é uma mistura de água com corante. Neste caso específico, para evitar que os alunos abrissem os frascos e migrassem o líquido de um vidro para outro ou bebessem, as tampas foram coladas. A base de madeira só foi desenvolvida em função da base dos frascos serem arredondadas e estes não pararem em pé não sendo necessária se não for o caso quando o produto for replicado. Quanto aos OA *Scratch* P2, P3 e P4, estes foram desenvolvidos pelos autores deste artigo e estão disponíveis de forma *online* para serem utilizados de forma gratuita em computadores, *tablets* ou celulares.

Buscou-se mostrar que o uso dos produtos educacionais desenvolvidos e apresentados neste artigo pode ser uma opção no atendimento da habilidade (EF08MA08) por meio da apresentação de um percurso metodológico que integra Literatura, um material manipulativo, uma tecnologia digital como os OA *Scratch* à uma aula de Matemática trabalhando uma habilidade da unidade temática Álgebra da BNCC, assim como, no intuito de inspirar outros professores, procuramos divulgar possibilidades didáticas com os recursos desenvolvidos.

Enfatiza-se que os quatro produtos educacionais foram experienciados por acadêmicos de licenciatura em Matemática e por um grupo de professores em formação continuada. Esses participantes indicaram que os produtos são promissores para estudar a Matemática articulada à literatura de Malba Tahan, sendo viável às suas inserções a um planejamento docente para aplicação na Educação Básica. Por fim, entende-se que, ainda que esses produtos educacionais se apresentem finais, eles não estão fechados a aperfeiçoamentos, ficando a sugestão para trabalhos futuros a reflexão crítica com relação a repercussão de seus resultados na incorporação de planejamentos docentes e de sua implementação em sala de aula.

## Agradecimentos

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001 e à Fundação Araucária de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico do Estado do Paraná.

## Referências

ALMEIDA, Vânia Horner de. A interconexão das tendências da educação matemática. **CoInspiração - Revista dos Professores que Ensinam Matemática**, v. 1, n. 2, p. 1–15, 2018.

ANTONIO JUNIOR, Wagner. **Objetos de aprendizagem virtuais: Ambientes interativos de aprendizagem** (Portuguese Edition). Edição do Kindle, 2016.

BRASIL, Ministério da Educação, 2017. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC.

FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali; HEALY, Lulu. Cenários multimodais para uma Matemática Escolar Inclusiva: Dois exemplos da nossa pesquisa. In: COMITÉ INTERAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, XIV, 2015, Chiapas, México. **Anais ...** México: Patrick (Rick) Scott e Ángel Ruíz, 2015. v. 14: Necesidades Especiales, p. 26-37, Disponível em: <https://ciaem-iacme.org/memorias-ciaem/xiv/pdf/Vol14EdEspec.pdf>. Acesso em: 8 dez. 2023.

KLAUS, Vanessa Lucena Camargo de Almeida. **Teoria Ator-Rede e Educação Matemática: mediações estabelecidas em uma formação de professores de duas escolas bilíngues para surdos**. 2022. 183f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel – Paraná, 2022.

KOEHLER, Matthew J.; MISHRA Punya. What is Technological Pedagogical Content Knowledge? In: **Contemporary Issues in Technology and Teacher Education**, v. 9, n. 1, p. 60-70, 2009.

LORENZATO, Sergio. Malba Tahan, um precursor. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, ano 11, n. 16, p. 63-66, maio 2004.

MELO, Adriana. **Material complementar o homem que calculava 9º ano**. 2022.

MENEGHELLI, Juliana; CARDOZO, Dionei; POSSAMAI, Janaína Poffo; SILVA, Viviane Clotilde da. Metodologia de resolução de problemas: concepções e estratégias de ensino. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia - RBECT**, Ponta Grossa, v. 11, n. 3, p. 211-231, set./dez., 2018.

NEVES, Liliane Xavier; SANTOS, Deivid Irineu de Oliveira. Multimodalidade e a Construção do Conhecimento Matemático: Uma Análise do Processo de Produção de Vídeos. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 15, n. 38, p. 1-19, 31 ago. 2022.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011.

SCRATCH, Software. **Grupo Lifelong Kindergarten do MIT Media Lab**. Disponível em: <https://scratch.mit.edu/>. Acesso em: 21 ago. 2023.

SOUZA, Aldiléia da S.; MOREIRA, Geraldo E. As influências de Malba Tahan para a Educação Matemática: o legado de um educador à frente de seu tempo. **Revista de Educação Matemática**, v. 15, n. 19, p. 294-309, mai/2018.

TAHAN, Malba. **O homem que calculava**. 79. ed. Rio de Janeiro: Record, 2010.

TAHAN, Malba. **Site Oficial da Família e dos Admiradores de Malba Tahan**, 2017.